Academia de Matemáticas

EJERCICIOS RESUELTOS DE:
Ecuaciones Diferenciales

ACADEMIA DE MATEMÁTICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN Y ELECTRÓNICA
UNIVERSIDAD DE LA SALLE BAJIO

ECUACIONES DIFERENCIALES

CAPITULO 6

19.- Seleccionar entre las siguientes ecuaciones las que son lineales, establecer la variable dependiente y resolverlas.

a) $dy/dx + y = 2 + 2x$

$Sol.$

$y; \quad F.I., e^{x} \qquad y = 2x + Ce^{-x}$

b) $d\rho/d\theta + 3\rho = 2$

$Sol.$

$\rho; \quad F.I., e^{3\vartheta} \quad 3\rho = 2 + Ce^{-3\vartheta}$

c) $dy/dx - y = xy^2$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

d) $xdy - 2ydx = (x-2)e^{x}dx$

$Sol.$

$y; \quad F.I., 1/x^2 \quad y = e^{x} + Cx^2$

e) $\frac{di}{dt} - 6i = 10sen2t$

$Sol.$

$i \quad F.I., e^{-6t} \qquad i = -1/2(3sen2t + \cos 2t) + Ce^{-y}$

f) $dy/df + y = y^2e^{x}$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

g) $ydx + (xy + y - 3y)dy = 0$

$Sol.$

$x; \quad F.I., ye^{y} \qquad xy = 3(y-1) + Ce^{-y}$

h) $(2s - e^{2t})ds = 2(se^{2t} - \cos 2t)dt$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

i) $xdy + ydx = x^3y^6dx$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

j) $dr + (2r \quad ctg\,\theta + sen2\theta)d\theta = 0$

$Sol.$

$r; \quad F.I., sen^2\theta \qquad 2rsen^2\theta + sen^4\theta = C$

k) $y(1+y^2)dx = 2(1-2xy^2)dy$

$Sol.$

$x; \quad F.I.,(1+y^2)^2 \qquad (1+y^2)^2 x = 2\ln y + y^2 + C$

l) $yy' - xy^2 + x = 0$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

m) $xdy - ydx = x\sqrt{x^2 - y^2}dy$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

n) $\phi_1(t)dx/dt + x\phi_2(t) = 1$

$Sol.$

$x; \quad F.I.,_e \int \phi_2(t)dt/\phi_1(t); \qquad {}_{xe} \int \phi_2(t)dt/\phi_1(t) \quad = \quad \int \frac{1}{\phi_1(t)}{}_e \int \phi_2(t)dt/\phi_1(t)dt + C$

o) $2dx/dy - x/y + x^3 \cos y = 0$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

p) $xy' = y(1 - xtgx) + x^2 \cos x$

$Sol.$

$y; \quad F.I.,\frac{1}{xcox} \quad y = x^2 \cos x + Cx\cos x$

q) $(2+y^2)dx - (xy + 2y + y^3)dy = 0$

$Sol.$

$x; \quad F.I.,1/\sqrt{2+y^2} \quad x = 2 + y^2 + C\sqrt{2+y^2}$

r) $(1+y^2)dx = (arc \quad tg \quad y - x)dy$

$Sol.$

$x; \quad F.I.,e^{arctgy} \quad x = arc \quad tg \quad y - 1 + Ce^{-arctg \quad y}$

s) $(2xy^5 - y)dx + 2xdy = 0$

$Sol.$

$No \quad es \quad Lineal$

t) $(1 + seny)dx = [2y\cos y - x(\sec y + tgy)]dy$

$Sol.$

$x; \quad F.I., \sec y + tgy; \quad x(\sec y + tgy) = y^2 + C$

20.- De las ecuaciones que queden del problema 19 resolver las que pertenecen al tipo Bernoulli.

c) $dy/dx - y = xy^2$

$Sol.$

$y^{-1} = \upsilon; \quad 1/y = 1 - c + Ce^{-x}$

f) $dy/df + y = y^2 e^x$

$Sol.$

$y^{-1} = \upsilon; \quad (C + x)ye^x + 1 = 0$

i) $xdy + ydx = x^3 y^6 dx$

$Sol.$

$y^{-5} = \upsilon; \quad 2/y^5 = Cx^5 + 5x^3$

l) $yy' - xy^2 + x = 0$

$Sol.$

$y^2 = \upsilon; \quad y^2 = 1 + Ce^{x^2}$

o) $2dx/dy - x/y + x^3 \cos y = 0$

$Sol.$

$x^{-2} = \upsilon; \quad x^{-2}y = \cos y + yseny + C$

s) $(2xy^5 - y)dx + 2xdy = 0$

$Sol.$

$y^{-4} = \upsilon; \quad 3x^2 = (4x^3 + C)y^4$

21.- Resolver las ecuaciones h) y m) que son las que quedan del problema 19

h) $(2s - e^{2t})ds = 2(se^{2t} - \cos 2t)dt$

$Sol.$

$s^2 - se^{2t} + sen2t = C$

m) $xdy - ydx = x\sqrt{x^2 - y^2}dy$

$Sol.$

$y = xsen(y + C)$

22.Resolver:

con la condición y =0 para x=1

$xy' = 2y + x^3 e^x$

$x\dfrac{dy}{dx} = 2y + x^3 e^x$

a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y}{x} + \dfrac{x^3 e^x}{x}$

$\dfrac{dy}{dx}\left[\dfrac{2y}{x} - \dfrac{x^2 e^x}{1}\right]dx = 0$

$p(x) = \dfrac{2}{x}$

$\mu(x) = e^{\int p(x)dx} = -x^2$

Solución: $y = x^2(e^x - e)$

$L\dfrac{di}{dt} + Ri = Esen2t$

donde L,R,E son constantes, con la condición i=0 para t=0.

$\dfrac{di}{dt} = \dfrac{Esen2t}{L} - \dfrac{Ri}{L}$

$di\left[\dfrac{Ri}{L} - \dfrac{Esen2t}{L}\right]dt = 0$

b) $p(X) = \dfrac{Ri}{L}$

$f(X) = \dfrac{Esen2t}{L}$

$\mu(x) = e^{\int p(x)dx} = \dfrac{ERsen2t}{L^2} - \dfrac{2E\cos 2t}{L}$

Solución: $i = \dfrac{E}{R^2 + 4L^2}\left(Rsen2t - 2\cos 2t + 2Le^{-Rt/L}\right)$

23. Resolver

$x^2 \cos y \dfrac{dy}{dx} = 2xseny - 1, \text{empleando sen y} = \text{z}$

$x^2 \cos y \dfrac{dy}{dx} = 2xz - 1$

a) $x^2 z^2 \dfrac{dy}{dx} = 2xz - 1$.

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2xz - 1}{x^2 z^2}$

$\dfrac{dy}{dx} = z + x\dfrac{dx}{dz} = \dfrac{2xz - 1}{x^2 z^2}$

$4x^2 yy' = 3x(3y^2 + 2) + 2(3y^2 + 2)$ empleando $3y2 + 2 = z$.

$4x^2 y \frac{dy}{dx} = 3xz + 2z^3$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{3xz + 2z^3}{4x^2 y}$

$\frac{dy}{dx} = z + x\frac{dx}{dz} = \frac{3xz + 2z^3}{4x^2 y}$

$(xy^3 - y^3 - x^2 e^x)dx + 3xy^2 dy = 0$, empleando $y^3 = vx$

c) $(x(vx) - (vx) - x^2 e^x)dx + 3xy^2 dy = 0$

$x((vx - v - xe^x)dx + (3y^2 dy)) = 0$

$dy/dx + x(x+y) = x^3(x+y)^3 - 1.$

$dy/dx + xv = x^3 v^3 - 1$

d) $dy/dx = x^3 v^3 - xv - 1$

$x\,dv/dx = x^3 v^3 - xv - v - 1$

$\frac{1}{x}dx = \frac{1}{x^3 v^3 - xv - v - 1}dv$

sol a) = $3x\,seny = Cx^3 + 1$

sol b) = $4x^9 = (C - 3x^8)(3y^2 + 2)^2$

sol c) = $2y^3 e^x = xe^{2x} + Cx$

sol d) = $1/(x+y)^2 = x^2 + 1 + Ce^{x^2}$

CAPITULO 8

22.-Un muchacho se mueve en una linea recta de modo que su velocidad excede en 2 a su distancia respecto de un punto fijo de la recta si $r = 5$ cuando $t = 0$ hallar la ecuación de movimiento

Sol. $x = 5e^t - 2$

23.-halla el tiempo necesario para que una cantidad de dinero aumente al doble al 5% por año interes compuesto continuo sugerencia:
$dx/dt\} = 0.05x$ donde x es la suma al cabo de t años

Sol. 13.9años

24.-el radio se descompone a una velocidad proporcional a la cantidad presente. Si la otra mitad de la cantidad original desaparece en 1600 años hallar el porcentaje de perdida de 100años
Sol. 4.2%

25.- en un cultivo de levadura la cantidad de fermento activo crece a una velocidad proporcional a la cantidad presente. Si se duplica la cantidad en 1 hora cuantas veces puede esperarse que se tenga la cantidad original desaparece en 1600 años hallar el porcentaje de perdida en 100años
Sol. 6.73veces

26.-si cuando la temperatura de aire es 20 ° C se enfría una sustancia desde 100 ° C hasta 60 ° C en 10 minutos hallar la temperatura depuse de 40minutos
Sol. 25 °C

27.-

Un tanque contiene100dl de salmuera obtenida disolviendo 60kg de sal en agua .se introduce en el tanque a una velocidad de 2dl/min agua que contiene 1kg de sal por decalitro y la mezcla conservada homogenea mediante agitación sale a una velocidad de 3dl/min halla la cantidad de sal en el tanque al cabo de una hora sugerencia $dx/dt2-3x/(100-t)$
Sol. 37.4

28.- Hallar el tiempo que se necesita para vaciar un tanque de seccion cuadrada de 6 cm y 9 dm de profundidad, a travez de un agujerocircular de $\frac{1}{12}$ dm de radio practicando en el fondo. (supongase, como en el problema 9, $v = 4.8\sqrt{h}\, {}^{dm}\!/_{seg}$) sol. 137 min.

29.- Una pared de ladrillo (k = 0.0012) tiene un espesor de 30 cm. Si el parámetro interior esta a 20° C y el exterior a 0°C, hallar la temperatura en la pared como una funcion de la distancia del parámetro exterior y la perdida de calor por dia a travez de un metro cuadrado.

Sol. $T = {}^{2x}\!/_{3}; 691.000cal$

30.- Un hombre y su embarcación pesan 320 lb. Si la fuerza ejercida remando en la direccion del movimiento es de 16 lb y si la resistencia (en lb) al movimiento es el doble de la velocidad (pies/seg), hallar la velocidad 15 seg después de que la embarcación haya empezado a moverse. Sol. 7,6 pies/seg = 2.32 m/seg

34.- Hallar el tiempo que se necesita para vaciar un tanque cilíndrico de radio 8dm y altura 10dm a través de un orificio redondo de radio 1/12dm situado en el fondo del tanque, sabiendo que por un orificio de este tipo sale el agua a una velocidad aproximada $v = 4.8\sqrt{h}\, {}^{dm}\!/_{seg}$, donde h es la altura del agua en el tanque,

Se puede asimilar el volumen de agua que sale por segundo a un cilindro de radio ${}^{1}\!/_{12}\,dm$ y altura v. Por lo tanto, el volumen que sale al cabo de “dt” segundos es

$$\Pi(\frac{1}{12})^2(4.8\sqrt{h})dt = \frac{\Pi}{144}(4.8\sqrt{h})dt$$

Designando por *dh* la correspondiente caída de nivel de agua en el tanque, el volumen de agua que sale también se puede dar por 64Π. Luego

$$\frac{\Pi}{144}(4.8\sqrt{h})dt = -64\Pi dh \text{ de donde } dt = -\frac{64(144)}{4.8}\frac{dh}{\sqrt{h}} = -1920\frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Integrando Entre t = 0, h = 10 y t = t, h = 0.

$$\int_0^t dt = -1920\int_{10}^0 \frac{dh}{\sqrt{h}}, \text{ y } t = -3840\sqrt{h} = 3840\sqrt{10}seg = 3h22\min$$

35.- Según la ley de Newton de enfriamiento, la velocidad a que se enfría una sustancia al aire libre es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la sustancia y la del aire. Si la temperatura del aire es 30° y la sustancia se enfría de 100 a 70° en 15 minutos. ¿Cuándo será 40° la temperatura de la sustancia?

T es la temperatura de la sustancia a t minutos

$$\frac{dT}{dt} = -k(T-30)$$

$$\frac{dT}{T-30} = -kdt$$

$$\int_{100}^{70}\frac{dT}{T-30} = -k\int_0^{15}dt,$$ In 40 – In 70 = - 15k = In 4/7 y 15k = In 7/4 = 0.56

$$\int_{100}^{40}\frac{dT}{T-30} = -k\int_0^t dt \quad In10 - In70 = -kt,\ 15kt = 15In7,\ t = \frac{15In7}{0.56} = 52\min$$

36.- Bajo ciertas condiciones la cantidad constante Q calorías/segundo de calor que pasa a través de una pared está dada por

$$Q = -kA\frac{dT}{dx}$$

Donde k es la conductividad del material, A (cm2) es la superficie de una cara se la pared perpendicular a la dirección del flujo y T es la temperatura a x(cm.) de esa cara, de forma que T disminuye cuando x aumenta. Hallar el numero de calorías por hora del calor que pasa a través de 1 m2 de la pared de una habitación frigorífica de 125 cm. de espesor y k = 0,0025, si la temperatura de la cara interior es de -5° C.

Sea x la distancia a que está de la cara exterior un punto interior de la pared.

$$\int_{75}^{-5}dT = -\frac{Q}{kA}\int_0^{125}dx, \quad 80 = \frac{Q}{kA}(125), \text{ y } Q = \frac{80kA}{125} = \frac{80(0,0025)(100)^2}{125} = 16\frac{cal}{seg}.$$

CAPITULO 9

17.

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} & xp - 2y \\ \hline xp + 3y & x^2 + xyp - 6y^2 \\ & -x^2 - 3yxp \\ & 0 \ldots -2yxp - 6y^2 \\ & \ldots\ldots + 2yxp + 6y^2 \end{array}$$

$$(xp - 2y)(xp + 3y)$$

$$(xC - 2y)(xC + 3y)$$

18.

$$xp^2 + (y - 1 - x^2)p - x(y - 1) = 0$$

$$xp^2 + yp - p - x^2 p - xy - x = C$$

$$(2y - x^2 + C)(xy - x + C)$$

19.

$$xp^2 - 2yp + 4x = 0$$

$$xp^2 = 2py - 4x$$

$$xp = \sqrt{\frac{py - 4x}{2}}$$

$$x = p - \sqrt{\frac{py - 4x}{2}}$$

$$C = x - p\sqrt{\frac{py - 4x}{2}}$$

$$Cy = x^2 + C^2$$

20.-

$$3px + 6p^2 y^2 - y = 0$$

$$3x = \frac{y}{p} - 6py^2$$

$$\frac{3}{p} = \frac{1}{p} - \frac{y}{p^2}\frac{dp}{dy} - 6y^2 \frac{dp}{dy} - 12py$$

$$(1 + 6p^2 y)(2p + y\frac{dp}{dy}) = 0$$

$$py^2 = C$$

$$\underline{y^3 = 3Cx + 6C^2}$$

21.-

$$8x^2 + 2p^2y - p^3x = 0$$
$$2y = px - 8\frac{x^2}{p^2}$$
$$2p = p + x\frac{dp}{dx} - \frac{16x}{p^2} + \frac{16x^2}{p^3}\frac{dp}{dx}$$
$$p(p^3 + 16x) - x(p^3 + 16x)\frac{dp}{dx} = 0$$
$$p^3 + 16x = 0$$
$$\frac{dp}{p} = \frac{dx}{x}$$
$$p = Kx$$
$$\underline{8x^2 + 2K^2x^2y - K^3x^4}$$

22.-

$$2px + p^4x^2 - y = 0$$
$$y = 2px + p^4x^2$$
$$p = 2x\frac{dp}{dx} + 2p + 2p^4x + 4p^3x^2\frac{dp}{dx}$$
$$(p + 2x\frac{dp}{dx})(1 + 2p^3x) = 0$$
$$p + 2x\frac{dp}{dx} = 0$$
$$xp^2 = C$$
$$x = \frac{C}{p^2}, y = \frac{2C}{p} + C^2, x = \frac{C}{p^2}$$
$$xp^2 = C$$
$$y - p^4x^2 = 2px$$
$$(y - p^4x^2)^2 = 4p^2x^2$$
$$\underline{(y - C^2)^2 = 4Cx}$$

23.- p^2 - xp + y = 0

Y = xp - p^2

<u>Y = Cx – C^2</u>

24.- $16y^3p^2 - 4xp + y = 0$

$(y = -16y^3p^2 + 4xp)(y^4)$

$Y^5 = -16y^7p^2 + 4y^4xp$

$Y^5 = u$, $16y^7p^2 = dv/dx$

$u = x\,du/dx + 7/16\,(dv/dx)^2$

$y^4 = Cx - C^2$

$\underline{y^4 = C(x - C)}$

25.- $xp^5 - yp^4 + (x^2 + 1)p^3 - 2xyp^2 + (x + y^2)p - y = 0$

$(y - px - p^3)(p^2x - py + 1)$

$y = px + p^3$, $p^2x = py - 1$

$\underline{(y - Cx - C^3)(C^2x - Cy + 1) = 0}$

26. $xp^2 - yp - y = 0$

27. $y = 2px + y^2p^3$

$$p = 2x\frac{dp}{dx} + 2p + 2y^2p + 4y^2p^2\frac{dp}{dx}$$

$$(p + 2x\frac{dp}{dx})(1 + 2y^2p) = 0$$

$$p + 2x\frac{dp}{dx} = 0$$

$$xp^2 = c$$

$$x = \frac{c}{p^2}$$

$$y = 2cp + c^2$$

$$y^2 = 2cx + c^3$$

28. $p^2 - xp - y = 0$

$$y = xp - p^2$$

$$x = \frac{y}{p} - p$$

$$p = \frac{1}{p} - \frac{y}{p^2}\frac{dp}{dy} - \frac{dp}{dx}$$

$$p^3 - p + (y + p^2)\frac{dp}{dy} = 0$$

$$(p^3 - p)\frac{dy}{dp} + y + p^2 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{p^3 - p} = -\frac{p}{p^2 - 1}$$

$$\int \frac{dp}{p}(p^3 - p) = \frac{\sqrt{p^2 - 1}}{p}$$

$$\frac{y\sqrt{p^2-1}}{p} = \int \frac{dp}{\sqrt{p^2-1}} = -\ln(p + \sqrt{p^2 - 1 + c}$$

$$y = \frac{-p}{\sqrt{p^2-1}}\ln(p + \sqrt{p^2-1}) + \frac{c}{\sqrt{p^2-1}}$$

$$x = -p - \frac{1}{\sqrt{p^2-1}}\ln\left(p + \sqrt{p^2-1}\right) + \frac{c}{\sqrt{p^2-1}}$$

29.- Y = (1 + p)x + p^2

Derivando respecto x. $P = 1 + p + (x + 2p)\frac{dp}{dx}$

$$xe^{1/2p} = -\int pe^{1/2p}dp = -2pe^{1/2p} + 4e^{1/2p} + C$$

Sol. $X = 2(1- p) + Ce^{-p}$, $y = 2 - p^2 + C(1 + p)e^{-p}$

30.- Y = 2p + $\sqrt{1 + p^2}$

$y = 2p + ((1 + p^2))^{1/2}$

$y = 2 \ln p + \ln (p + \sqrt{1 + p^2}) + C$

$y = 2p + \sqrt{1 + p^2}$

Sol. X = 2 ln p + ln (p + $\sqrt{}$ 1 + p^2) + C, y = 2p + $\sqrt{}$ 1 + p^2

31.- Yp^2 – xp + 3y = 0

Derivamos respecto a x,

$$\frac{1}{p} = \frac{1p}{x}\frac{dp}{dx} - \frac{p}{x} + 3\left(\frac{1}{p} - \frac{y}{p^2}\frac{dp}{dx}\right) = \left(p - y\frac{dp}{dx}\right)(2^{y2} - p^2) = 0,$$

Integrando $\left(p - y\frac{dp}{Dx}\right) = 0$

$Cp^{½}$ (p2 + 3)(p2 + 2)$^{-1/3+4/4}$ = $Cp^{1/2+2/2}$(p2 + 2)$^{-1/3+4/4}$

Sol. X = $Cp^{1/2}$ (p^2 + 3)(p^2 + 2)$^{-5/4}$, y $Cp^{3/2}$ (p^2 + 2)$^{-5/4}$

CAPITULO 10

Investigar las soluciones singulares y los lugares Geométricos extraños.

10.- $y = px - 2p^2$

La solución es la siguiente:

Para sacar la primitiva en este caso se sustituye en la Ecuación de Clairaut. Por lo que el resultado es el siguiente: $y = Cx - 2C^2$

La Solución Singular es la siguiente:

$$y = cx - 2c^2$$
$$y = cx - \left(2c^2\right)4$$
$$y = cx - 8c^2$$

$$y = \frac{cx - 8c^2}{F(x)}$$
$$y = \frac{-8c^2}{F(x)}$$

$$8y = c^2$$
$$c = x$$
$$8y = x^2$$

11.- $y^2 p^2 + 3xp - y = 0$

En este caso para poder sacar la primitiva se hizo el siguiente procedimiento.

$$y^2 p^2 + 3xp - y = 0$$
$$y = y^2 p^2 + 3xp$$
$$* y^2$$
$$y^3 = y^4 p^2 + 3xy^2 p$$
$$3y^2 p = \frac{dv}{dx}$$
$$9y^4 p^2 = \left(\frac{dv}{dx}\right)^2$$
$$y^4 p^2 = \frac{1}{9}\left(\frac{dv}{dx}\right)^2$$
$$v = \frac{1}{9}\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + x\frac{dv}{dx}$$
$$v = \frac{1}{9}k^2 + xk$$
$$y^3 = \frac{1}{9}k^2 + kx$$
$$y^3 - \frac{1}{9}k^2 - kx = 0$$
$$y^3 - c^2 - 3cx = 0$$

$$y^3 = v$$
$$dv = 3y^2 p dx$$
$$\frac{dv}{dx} = k$$

$$c = \frac{1}{3}k$$
$$c^2 = \frac{1}{9}k^2$$

La solución singular es la siguiente:

$$y^2 p^2 + 3xp - y = 0$$

$$\frac{p^2 + p}{F(x)} = \frac{y - 3x}{y^2}$$

$$\frac{p^2 + p^3}{F(x)} = \frac{y - 9x}{3y^2}$$

$$p = \frac{y - 9x}{3y^2}$$

$$p = x$$

$$x = \frac{y - 9x}{3y^2}$$

$$0 = y - 9x - x + 3y^2$$

$$4y^2 - 10x^2 = 0$$

12) $xp^2 - 2yp + 4x = 0$

$$y = -\frac{2}{4x^2 p^2}$$

$$(1 - x^2 p^2)(2p + x\frac{dp}{dx}) = 0$$

$$2p + x\frac{dp}{dx} = 0 \qquad 1 - x^2 p^2 = c$$

Sol. Prim.,= $c^2 x^2 - cy + 1 = 0$

$$xc^2 - 2yc^2 + 4x = 0$$

S.S.,$= -4x^2 + y^2 = 0$

13) $xp^2 - 2yp + x + 2y = 0.$

$$-2y = xp^2 - 2yp + x$$

$y = \dfrac{xp^2 - 2yp + x}{-2}$ Resolviendo

$$y = xp^2 - 2yp + x(2)$$

$$y = 2xp^2 - 4y\frac{dp}{dy} + x(2)$$

Sol. Prim. = $2x^2 + 2c(x-y) + C^2 = 0$

$2x^2 + 2c(x-y) + c^2 = 0$

$\frac{x^2 + 2c(x-y) + c^2}{2} = 0$

S.S.,= $x^2 + 2xy - y^2 = 0$

14.- $(3y-1)^2 p^2 = 4y$

4y= -(3y-1)^2 p^2

$\frac{4y}{p} = \left(\frac{3}{2} x^{1/2} - 1/2\, x^{1/2} \right) / p$

y=3cx-c^2

p + $y\frac{dp}{dy} = 0$

15.- y = -xp+x^4 p^2

y = - $\frac{1}{xp} + xp$

(1-x^2 p^2)(4p+x$\frac{dp}{dx}$) = 0

xy= C+C^2 x

16.- $2y = p^2 + 4xp$

Solucion

Prim.,($4x^3 + 3xy + C)^2 = 2(2x^2 + y)^3$ = ninguna;
l.p. retroceso, $2x^2 + y = 0$

17.- $y(3-4y)^2 p^2 = 4(1-y)$

Solucion

Prim.,($(x-C)^2 = y^3(1-y)$; *s.s.*, $y=1$ = 1;
l.p. retroceso, y=0; l. de ch., y=3/4

3 4 3

18.-P – 4 x p + 8 x y = 0

3 4 3

F(x,y,p) = P – 4 x p + 8 x y = 0

2 3 2

∂f / ∂p = 3p - 16 x + 24x = 0

3 4 3

f - p ∂f / ∂p = 3p -12xp+24 x y

Sol $y = C x^{2} - C^{3}$

19.- $(p^{2} + 1)(x^{2} - 4) = (x + y p)^{2}$

$(p^{2} + 1)(x-y^{2}) - (x + y p)^{2} = 0$

$p(x y + y^{2} + p)=0$

$$p = \frac{1}{x y + y^{2} + p}$$

Sol: $(X - C)^{2} + (y-C)^{2} = C^{2}$