Academia de Matemáticas

Ejercicios resueltos

Análisis de circuitos en AC

Elaborados por
César C. D'León S.
Colaboración: Eduardo Fernando Serrano

ACADEMIA DE MATEMÁTICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN Y ELECTRÓNICA
UNIVERSIDAD DE LA SALLE BAJÍO

I.- Voltaje y Corriente Alterna

1.1 Introducción

- Un Voltaje o corriente en AC varían senoidalmente con el tiempo
- Este comportamiento es periódico
- La parte más pequeña de la forma de onda periódica que no se repite es un ciclo
- La duración del ciclo es el periodo T de la onda
- El inverso del periodo es la frecuencia

$$f = \frac{1}{T}$$

- La unidad de frecuencia en el SI es el Hertz [Hz]
- La frecuencia f y la frecuencia en radianes se relacionan por la siguiente expresión

$$\omega = 2\pi f\,[rad]$$

- Unidades

$$1rad = \frac{360°}{2\pi f} = \frac{180°}{\pi} = 57.3°$$

$$\theta[rad] = \frac{\pi}{180°} x \theta[°]$$

$$\theta[°] = \frac{180°}{\pi} x \theta[rad]$$

- Para un ciclo de voltaje

$$v = Vmsen(377t + \theta)$$

Donde:

$Vm =$ Voltaje pico o amplitud

$$\omega = 377\frac{rad}{s} = 60Hz$$

$$T = \frac{1}{60} = 16.7ms = \frac{2\pi}{\omega}$$

θ = Angulo de Fase

- Identidades Importantes

$$Sen(-x) = -Sen(x)$$
$$Sen(x-90) = -Cos(x)$$
$$Sen(x \pm 180) = -Sen(x)$$
$$Cos\ \ (x) = \frac{1+Cos2x}{2}$$
$$Cos(-x) = Cos(x)$$
$$Cos(x+90°) = -Sen(x)$$
$$Cos(x \pm 180) = -Cos(x)$$
$$Sen(x+y) = senx\cos y + seny\cos x$$
$$Sen(x+90°) = Cos(x)$$
$$Cos(x-90) = Sen(x)$$

1.2 Relaciones de fase

Sean las funciones $V1 = 20Sen377t$ y $V2 = 20Sen(377t + 30°)$ como están en la misma frecuencia, tienen relaciones de fase en la que se involucra la diferencia angular de los argumentos de los sinusoides. A esta se le llama *diferencia de fase*, en este caso se dice que V1 esta adelantado 30° a V2.

Bajo estas condiciones se dice que una onda cosenoidal se adelanta 90° a una onda senoidal de la misma frecuencia

Cuando las sinusoides tienen una diferencia de fase de 0°, se dice que están en fase.

La diferencia de fase entre dos sinusoides puede encontrarse al restar el ángulo de fase de una de ellas, al de la otra ambas son seno y coseno y sus amplitudes tienen el mismo signo además deben tener la misma frecuencia.

1.3 Valor Promedio

En algunos casos se utiliza un valor promedio $Vp = \frac{2}{\pi} = 0.137Vm$

Sin embargo cuando el eje de tiempo divide a la onda senoidal exactamente en dos el Vp = 0

Respuesta senoidal de una resistencia.-

Si una resistencia R tiene un voltaje $Vmsen(\omega t + \theta)$ a través de el

$i = \frac{v}{R} = \frac{Vm}{R} sen(\omega t + \theta)$, donde $\frac{Vm}{R} = \mathrm{Im}$

Obsérvese que la corriente esta en fase con el voltaje.

La potencia instantánea disipada por una resistencia varía en el tiempo, porque el voltaje y la corriente instantánea varían en el tiempo así...

$$p = vi = [Vmsen(\omega t + \theta)][\mathrm{Im}\, sen(\omega t + \theta)]$$

$p = Vm\,\mathrm{Im}\, sen^2(\omega t + \theta)$, donde $VmIm = Pm$ (potencia pico),

donde la Pm ocurre siempre que $sen(\omega t + \theta) = \pm 1$

De $sen^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$p = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2} - \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}\cos(2\omega t + 2\theta)$, como la potencia siempre >0 , R jamás aporta potencia,

la potencia promedio $Pp = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2} = \frac{V^2 m}{2\pi} = \frac{\mathrm{Im}^2 R}{2}$

1.4 Valor Eficaz o RMS (Raíz Cuadrática Media)

El valor eficaz de un voltaje o corriente periódicas se define como

$$Vef = \frac{Vm}{\sqrt{2}} = 0.707Vm\,,\ Ief = \frac{\mathrm{Im}}{\sqrt{2}} = 0.707\,\mathrm{Im}$$

1.5 Respuesta senoidal de un circuito

Si por un inductor L circula una corriente $i = \mathrm{Im}\,sen(\omega t + \theta)$, el voltaje será

$$v = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}[\mathrm{Im}\,sen(\xi t + \theta)] = \omega L\,\mathrm{Im}\cos(\xi t + \theta)$$

Donde

$$\omega L\,\mathrm{Im} = Vm\,,\ \mathrm{Im} = \frac{Vm}{\omega L}$$

ωL es la Reactancia Inductiva X_L

Al comparar el término $\frac{Vm}{\omega L}\cos\frac{Vm}{R}$ se observa que ωL limita la corriente mientras que R limita el voltaje

Así, $X_{L=}\,\omega L$

Nota:
Cuando f = 0 Hz , X_L = 0 $\therefore$ se comporta como un cortocircuito
Cuando f = ∞ , X_L = ∞ $\therefore$ se comporta como un corto abierto

Al observar v e i en un inductor, puede observarse que v se adelanta 90°

La potencia instantánea

$$p = vi = [Vm\cos(\omega t + \theta)][\mathrm{Im}\,sen(\omega t + \theta)]$$
$$p = Vm\,\mathrm{Im}\cos(\omega t + \theta)sen(\omega t + \theta) = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}sen(2\omega t + 2\theta)$$
$$\therefore\ p = VefIefsen(2\omega t + 2\theta)$$

Nota:

Cuando p>0, L consume energía
Cuando p<0, L regresa energía

1.6 Respuesta senoidal de un capacitor

Si a través de un capacitor C hay un $v = Vmsen(\omega t + \theta)$, la corriente circula:

$$i = C\frac{dv}{dt} = C\frac{d}{dt}[Vmsen(\omega t + \theta)],\ i = \omega CVm\cos(\omega t + \theta)$$

Donde

$$\text{Im} = \omega CVm \text{ y } \frac{Vm}{\text{Im}} = \frac{1}{\omega C} \therefore \text{ limita la corriente como una resistencia y se dice}$$

$$\frac{-1}{\omega C} = Xc \text{ Reactancia Capacitiva}$$

Si Vm = constante y f = ∞, $\text{Im} = \infty$ el capacitor es un alambre
Si f = 0, Im = 0 el capacitor es un circuito abierto

La corriente del capacitor se adelanta 90° al voltaje
La potencia instantánea

$$p = vi = [Vmsen(\omega t + \theta)][\text{Im}\cos(\omega t + \theta)]$$

Un capacitor no consume potencia promedio.

El procedimiento para determinar el valor eficaz de cualquier voltaje o corriente periódica (no solamente senoides) es:

- Elevar al cuadrado el voltaje o corriente periódica.
- Calcular el promedio de esta onda elevada al cuadrado durante un periodo
- Ah este promedio se le llama media
- Calcular la raíz cuadrada positiva de este promedio.

"Problemas Resueltos"
"Voltaje y Corriente alterna senoidal"

1.- Calcular los periodos de los correspondientes voltajes periódicos que tienen una frecuencia de a) 0.2 Hz b) 12KHz c) 4.2MHz

a) de la expresión T = 1/f.... T = 55
b) de la misma forma T = 83.3 us
c) T = 238 ns

2.- Calcular el valor de las frecuencias de las corrientes periódicas si tienen los siguientes periodos: a) 50 us b) 42 ms c) 1k

a) de la expresión f = 1/T... f = 20 Khz.
b) de la misma forma f = 23.8 Hz
c) f = 0.278 mhz

3.- Cual es el valor del periodo y de la frecuencia de un voltaje periódico que tiene 12 ciclos de 46ms?

El valor del periodo es el tiempo en el cual se produce un ciclo, y puede calcularse al dividirse los 12 ciclos entre el tiempo que transcurre para que ellos tengan lugar (46ms)
T = 46/12 = 3.83ms
Como el valor de la frecuencia es el inverso del periodo
f = 261 Hz

4.- Calcular el periodo, la frecuencia y el número de ciclos de la onda mostrada en la figura

La onda tiene un pico positivo en 2 us y otro en 14 us y entre estos dos hay un ciclo, por lo tanto el periodo es T = 14-2 = 12 us
La frecuencia f = 1/T = 83.3 Khz.
En la grafica hay otro ciclo que va de -10 us a 2 us en total hay dos ciclos

5.- Convertir las siguientes cantidades expresadas en grados a cantidades angulares expresadas en radianes: a) 49°, b) -130°, c) 435°

a) $49° x \dfrac{\pi}{180°} = 0.855 rad$

b) $-130° x \dfrac{\pi}{180°} = -2.27 rad$

c) $435° x \dfrac{\pi}{180°} = 7.59 rad$

6.- Convertir las siguientes cantidades angulares en radianes a cantidades angulares en grados: a) $\dfrac{\pi}{18} rad$, b)-0.562 rad, c) 4 rad

a) $\dfrac{\pi}{18} x \dfrac{180°}{\pi} = 10°$

b) $-0.562 x \dfrac{180°}{\pi} = -32.2°$

c) $4 x \dfrac{180°}{\pi} = 229°$

7.- Calcular los valores del periodo y la frecuencia de las siguientes corrientes senoidales cuyas frecuencias expresadas en radianes tienen un valor de a) $9\pi \dfrac{rad}{s}$, b) $0.042 \dfrac{rad}{s}$, c) $13M \dfrac{rad}{s}$

De la expresión $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$ y $T = \dfrac{1}{f}$

a) $f = \dfrac{9\pi}{2\pi} = 4.5 Hz, T = 0.222 s$

b) $f = \dfrac{0.042}{2\pi} = 6.68 mHz, T = 150 s$

c) $f = 2.07 Mhz, T = 0.483 \mu s$

8.- Calcular el valor de la frecuencia en radianes correspondientes a los siguientes voltajes sinusoidales con periodos de a)4s, b)6.3ms, c)7.4 μs

De la expresión $\omega = 2\pi f = 2\dfrac{\pi}{t}$

a) $\omega = 2\frac{\pi}{4} = 1.57\frac{rad}{s}$

b) $\omega = 997\frac{rad}{s}$

c) $\omega = 0.795M\frac{rad}{s}$

9.- Calcular el valor de la amplitud y de la frecuencia en la siguiente expresión a) $42.1sen(377t + 30°)$ y b) $-6.39\cos(10^5 t - 20°)$

a) El valor de la amplitud es igual a la magnitud del término multiplicador = |42.1|=42.1 El valor de la frecuencia con radianes es el término multiplicador de t = 377 rad/s de la expresión

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 60Hz$$

b) De igual forma el valor de la amplitud es |-6.39|=6.39. El valor de la frecuencia expresada en radianes es igual a 10^5 y por tanto $f = \frac{\omega}{2\pi} = 15.9Khz$

10.- Calcular el valor instantáneo de la expresión $v = 70sen400\pi t[v]$ para t = 3ms

Si se sustituye para el valor de t, $v(30ms) = 70sen(400\pi x3x10^{-3}) = 70sen1.2\pi[v]$

11.- La corriente de una onda senoidal tiene un valor pico de 58mA y una frecuencia expresada en $90\frac{rad}{s}$. Calcular el valor de la corriente instantánea para t = 23ms

Al usar los valores especificados para la corriente pico y para la frecuencia se puede observar que la expresión para la corriente es $i = 58sen90t[mA]$

Para t = 23ms

$$i(23ms) = 58sen(90x23x10^{-3}) = 58sen2.07$$

Al convertir de radianes a grados

$$i(23ms) = 50.9mA$$

12.- Calcular a) $v = 200sen(3393t + \frac{\pi}{7}[v]$ y b) $i = 67\cos(3016t - 42°)[mA]$ en t = 1.1ms

Al sustituir el valor de $1.1x10^{-3}$ para t, se tiene

a) $v(1.1ms) = 200sen(3393x1.1x10 - 3 + \frac{\pi}{7}) = 200sen4.18$

$$v(1.1ms) = -1.72v$$

b) $i(1.1ms) = 67\cos(3016x1.1x10^{-3} - 42°) = -56.9mA$

13.- Hallar las expresiones que definen las ondas sinusoides mostradas

a) La onda se halla desfasada, su expresión general es $v = 12sen(\omega t + \theta)$ el valor pico mostrado en la grafica = 12. La frecuencia en [rad] puede hallarse del periodo. La ¼ parte del periodo ocurre en un intervalo t = 15ms, lo que significa que $T = 4t = 60ms.$ Así $\omega = \frac{2\pi}{T} = 104.7\frac{rad}{s}$ En t = -5ms, v = 0 y cambia de negativo a positivo, En la expresión de v se tiene $\omega t + \theta = 104.7(-5x10-3) + \theta = 0$ donde $\theta = 0.524rad = 30°$ Por lo tanto se tiene: $v = 12sen(105t + 0.524) = 12sen(105t + 30°)[v]$

14.- Cuál es el tiempo mínimo necesario para que una onda sinusoide de 2.1 Krad/s aumente su valor desde 0 hasta 4/5 partes de su valor pico?

La expresión para esta sinusoide puede ser considerada como del tipo Vm Sen $(2.1x10^3t)$=0.8Vm por conveniencia

El tiempo necesario para que esta onda sea igual a 0.8Vm puede calcularse a partir de lña ecuación:

Vm Sen $(2.1x10^3t)$=0.8Vm

De donde

Sen $(2.1x10^3t)$=0.8

➔ t= $\frac{arcsen0.8}{2.1x10^3}$ = 0.442[mS]

15.- El valor del voltaje pico inducido en el conductor de un alternador es de 50v, calcular el voltaje inducido en el conductor después de que este se ha movido un ángulo de 35° desde su posición vertical

Cuando el conductor está en posición vertical, el voltaje inducido es máximo, pero puede ser positivo o negativo.

Por conveniencia, la posición vertical = 0° Así, como el voltaje es sinusoidal y la onda cosenoidal tiene valor pico en 0°, puede deducirse que:

V = $\pm 50\cos 0$

Donde 0 es el ángulo que forma el conductor con la vertical. Por tanto, con el conductor a 35°, el voltaje inducido será

$$V = \pm 50\cos 35° = \pm 41V$$

16.- Si el conductor antes mencionado se mueve circularmente a 60Hz, y el voltaje inducido tiene un valor pico de 20v, hallar el voltaje inducido 20ms después de que el conductor pasa a través de la posición horizontal, si en ese momento el voltaje aumenta.

60Hz = 377 rad/s

Si $v = 20sen377t$ y en t = 0 el conductor se halla en la posición horizontal, $sen\omega t = 0$ y en t=0 en la misma posición y v aumenta entonces se tiene:

$$v(20x10^{-3}) = 20sen(377x20x10^{-3}) = 20sen7.54 = 20sen432° = 19v$$

17.- Calcular el valor de los periodos en las siguientes expresiones a) 7-4 cos (400t+30°) b) 3 $sen^2 4t$ c) 4 cos3t sen3t

a) La expresión 7-4 cos (400t+30°) es una sinusoide de -4cos(400t+30°) que está montada sobre una constante de valor 7. Como sólo la sinusoide contribuye a las variaciones de onda, solo ella determinará el periodo: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 15.7ms$

b) Dado que en una expresión elevada al cuadrado, no puede conocerse su período de forma inmediata, la identidad $sen^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$ se puede usar para eliminar el exponente:

$$3sen24t = 3\left[\frac{1-\cos(2x4t)}{2}\right] = 1.5(1-\cos 8t)$$

De la parte de la onda cosenoidal se obtiene que el valor del periodo es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8} = 0.785s$$

c) Como secuencia del producto de $4\cos 3tsen3t$, se puede usar la identidad

$$sen(x+y) = senx\cos y + seny\cos x$$

$$sen2x = 2senx\cos x$$

Donde

$$senx\cos x = \frac{sen2x}{2}$$ Como x = 3t se tiene:

$$sen3t\cos 3t = \frac{sen6t}{2}$$

Así

$$4\cos 3tsen3t = 4\left[\frac{sen6t}{2}\right] = 2sen6t$$

Donde

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6} = 1.05s$$

18.- Determínese las relacione de fase para los siguientes pares de sinusoides

a) $v = 60sen(377t+50°)$, $i = 3sen(754t-10°)[A]$

b) $v = 6.4sen(7.1\pi t+30°)[v]$, $v = 7.3sen(7.1\pi t-10°)[v]$

c) $v = 42.3sen(400t+60°)[v]$, $i = -4.1sen(400t-50°)[A]$

a) No existe relación de fase porque las sinusoides no tienen la misma frecuencia
b) El ángulo para el que v1 se adelanta a v2 es el ángulo de fase de v1 menos el ángulo de fase de v2

$$angv1 - angv2 = 30° - (-10°) = 40°$$

Es decir, v2 esta retrasada 40° respecto de v1

c) Las amplitudes deben tener el mismo signo antes de poder efectuar una comparación de fases. El signo negativo de i puede eliminarse si se utiliza la identidad:

$$-senx = sen(x \pm 180°)$$

Donde nos conviene usar el signo + en la expresión, porque conduce a una diferencia de fase que considera el menor ángulo, lo cual preferible.

$$i = -4.1sen(400t-50°) = 4.1sen(400t-50°+180°) = 4.1sen(400t+130°)[A]$$

El ángulo para el que v se adelanta a i, es el ángulo de fase de v menos el de i; $angV - angi = 60° - 130° = -70°$ El signo – indica que v se atrasa 70° respecto de i.

Si se hubiera usado e signo negativo del termino $\pm$, el resultado sería que v se adelanta 290° a i.

19.- Calcular el ángulo para el cual $i = 3.1sen(754t - 20°)[mA]$ se adelanta a $i = -2,4\cos(754t + 30°)[mA]$

Antes de comparar las fases, ambos magnitudes deben tener el mismo signo y las sinusoides estar expresadas en la misma forma: es decir, ondas senoidales o cosenoidales desplazadas en fase. El signo negativo de $i2$ puede eliminarse al usar la identidad

$$-\cos x = \cos(x \pm 180°)$$

Así

$$i2 = 2.4\cos(754t + 210°) = 2.4\cos(754t - 150°)[mA]$$

Estas dos ondas cosenoidales desplazadas en fase pueden convertirse a un tipo senoidal, también desplazado en fase, si se usa la identidad

$$\cos x = sen(x + 90°)$$

Así

$$i2 = 2.4sen(754t + 300°) = 2.4sen(754t - 60°)[mA]$$

Al comparar ángulos se tiene:
i esta adelantada -20°-300°=-320° a i2 (1era expresión)
i1 está adelantada -20°-(-60°)= 40° a i2 (2da expresión)
El ángulo ideal es e de 40° por ser el menor. Ambos resultados son equivalentes

20.- Calcular los valores promedio de las siguientes formas de onda periódicas mostradazas

a) La forma de onda es una sinusoide montada sobre un valor constante de 3v. Dado que el valor promedio de una sinusoide es igual a cero, para este caso el valor promedio es igual a una constante de 3v
b) El valor promedio de la forma de onda siempre es igual el área bajo la forma de onda durante un periodo, dividida entre el periodo. Como el ciclo comienza en t = 0s, la forma de la onda tiene un valor de 8v durante la mitad del periodo, y 1v durante la siguiente mitad. De esta forma, el área bajo la curva durante este ciclo es igual a $8xT/_2 + 1xT/_2 = 4.5T$, resultado obtenido a partir de la fórmula de una área rectangular. Por lo tanto, el valor promedio es igual a 4.5T/T = 4.5v Como se puede ver, el valor promedio no depende del período.
c) El ciclo de la forma de onda que comienza en t = 0s, corresponde a un triangulo con altura 10 y base T, Por lo tanto el área bajo la curva durante un ciclo es (0.5)(10)(T) = 5T. de esta forma el valor promedio = 5T/T = 5v

21.- ¿Cuál es la potencia promedio disipada por el componente de un circuito que tiene un voltaje entre sus terminales expresado por $v = 6sen(377t + 10°)[v]$ cuando una corriente expresada por $i = 0.3sen(377t - 20°)$ circula a través de él.

La potencia promedio es, el valor promedio de la potencia instantánea p:

$$p = vi = [6sen(377t - 10°)][0.3sen(377t - 20°)] = 1.8sen(377t + 10°)sen(377t - 20)$$

Usando

$$-[\cos(x + y) = \cos x \cos y - senxseny]$$
$$+[\cos(x - y) = \cos x \cos y + senxseny]$$

$$\frac{1}{2}[\cos(x-y)-\cos(x+y)] = senxseny$$

Como x = 377t + 10°.   y = 377t – 20°

Por tanto

$$P = 0.5[1.8\cos(377t+10°-377t+20°)-1.8\cos(377t+10+377t-20)]$$
$$= 0.9\cos 30° - 0.9\cos(754t-10°)[w]$$

Como el segundo término es una sinusoide, lo que implica que tiene un valor promedio igual a cero, el valor de la potencia promedio es igual al primer término solamente:

$$Pprom = 0.9\cos 30° = 0.779[w]$$

En este caso, potencia promedio no es igual al producto del voltaje promedio (0v) por la corriente promedio (0A). Tampoco es igual al promedio del valor eficaz del voltaje ($\frac{6}{\sqrt{2}}$) por el valor eficaz de la corriente ($\frac{0.3}{\sqrt{2}}$).

22.- Si el voltaje a través de un solo componente en un circuito está dado por la expresión $v = 40sen(400t+10°)[v]$ para una corriente a través de el expresada como $i = 34.1sen(400t+10°)[mA]$ y si se considera que las referencias están asociadas como debería suponerse, ¿Cuál es el valor del componente?

Como el voltaje y la corriente están en fase, el comportamiento es una R

El valor de $R = \frac{Vo}{\text{Im}} = \frac{40}{34.1x10^{-3}} = 1.17K\Omega$

23.- El voltaje a través de un resistor de 62 Ω es $v = 30sen(200\pi t+30°)[v]$ Calcular la corriente a través del resistor y graficar un ciclo de las formas de onda del voltaje y de la corriente en una misma gráfica

De la expresión $i = \frac{v}{R}$. $i = [\frac{30sen(200\pi t+30°)}{62}] = 0.424sen(200\pi t+30°)$

El periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{200\pi} = 10ms$$

Para las dos ondas es necesario graficar las curvas para los valores iniciales de pico y cero, junto con sus respectivos tiempos de ocurrencia. En t = 0s $v = 30sen30° = 15v$ $i = 0.484sen30° = 0.242A$

Los picos positivos de 50v y 0.484ª ocurren al tiempo tp corriente a 60° porque las argumentos sinusoidales son de 90°. Al considerar la relación de proporcionalidad tp/T = 60°/360°, el tiempo para el valor pico es tp = 1.67ms. Los picos negativos ocurren en la siguiente mitad del periodo; es decir en 1.67+5 = 6.67ms. El primer valor de cero ocurre en un tiempo correspondiente a 150°, como consecuencia de los argumentos sinusoidales son de 180°

Al aplicar de nuevo el principio de proporcionalidad, el tiempo correspondiente:

T = $\frac{150}{360} x10 = 4.17ms$

Los siguientes ceros ocurren en la siguiente mitad del periodo es decir en 4.17 + 5 = 9.17ms

24.- Una resistencia de 30 tiene un voltaje de $v = 170sen(377t + 30°)[v]$ ¿Cuál es la potencia promedio disipada por la resistencia?

$$Pp = \frac{V^2}{2R} = 482W$$

25.- Calcular el valor promedio de la potencia consumida por una resistencia de 2.7Ω por una corriente $i = 1.2sen(377t + 30°)$ a través de ella

$$Pp = \frac{1}{2}\mathrm{Im}^2 R = 1.94W$$

26.- Cuál es el valor pico del voltaje en un contacto eléctrico de 120v?

Los 120v correspondientes al valor eficaz del voltaje sinusoidal en el contacto para una sinusoide, el valor pico es igual a $\sqrt{2}$ multiplicado por el valor eficaz

$$\therefore Vm = \sqrt{2}(120) = 170v$$

27.- ¿Cuál es la lectura en un voltímetro de CA, si se conecta una resistencia de 680 por la que circula una corriente de $i = 6.2\cos(377t - 20°)[mA]$?

La lectura en un voltímetro es el valor eficaz del voltaje en la resistencia que puede calcularse a partir de Vm = ImR

$$\therefore \frac{Vm}{\sqrt{2}0} = \frac{\mathrm{Im}\,R}{\sqrt{2}} \longrightarrow Vef = IefR$$

Vef = 2.98 [v]

28.- ¿Cuál es la lectura de un voltímetro de CA, conectado a una resistencia de 10Ω que tiene un valor pido de potencia disipada de 40W?

El valor pico de voltaje Vm puede calcularse a partir de la expresión de la potencia pico $Pm = Vm\,\mathrm{Im} = \frac{Vm^2}{R} \longrightarrow Vm = \sqrt{PmR} = 20v$

El valor del voltaje eficaz o rms, que corresponde al voltaje leído en el voltímetro es:

$$Vef = \frac{Vm}{\sqrt{2}} = 14.1v$$

29.- Cual es la expresión para el voltaje de una onda senoidal que tien un valor de 120 v rms? F = 240Hz

$$T = \frac{1}{2(120)}$$

$$Vm = 120\sqrt{2} = 170[v],\ \omega = 2\pi(240) = 1508\frac{rad}{s}$$

$$\therefore v = 170sen1508t[v]$$

30.- Calcular el valor eficaz correspondiente a un voltaje periódico que tiene un valor de 20v durante la mitad del periódico y -10v durante la otra mitad

$v1^2 = (20)^2 = 400v^2$ Para la primera mitad

$v2^2 = (-10)^2 = 100v^2$ Para la segunda mitad

$$\therefore Vef = \sqrt{Vp} = \sqrt{250} = 15.8[v]$$

31.- Calcular el valor eficaz de la corriente periódica de la figura i[A]

De la figura T=8s
Ahora :

$$i_1^{\ 2} = (-4)^2 = 16,\ i_2^{\ 2} = 0,\ i_3^{\ 2} = 9,\ i_4^{\ 2} = (-4)^2 = 16$$

Así: Vp=[16(13)+9(6-4)]/8=8.25 $\therefore\ i_{ef} = \sqrt{Vp} = 2.87A$

32.- Calcular los valores de la reactancia de un inductor de 120mH a) 0Hz b) 40rad/s c) 60Hz d) 30KHz

De la expresión $X_L = \omega L = 2\pi fl$

a) $X_L = 2\pi(0)(120x10^{-3}) = 0\Omega$

b) $X_L = 40(120x10^{-3}) = 4.8\Omega$

c) $X_L = 2\pi(60)(120x10^{-3}) = 45.2$

d) $X_L = 2\pi(30x10^3)(120x10^{-3}) = 22.6K\Omega$

33.- Calcular el valor de la inductancia para los inductores cuyas reactancias tienen un valor de a) 5Ω a 377 rad/s b) $1.2K\Omega a 50Khz$ c) $1.6M\Omega$ a 22.5MHz

De la expresión $X_L = \omega L$, se tiene que $L = X_L / \omega = X_L / 2\pi f$

a) L=13.3mH
b) L=(1.2x103)/(2 $\pi x 30x10^3) = 6.37mH$
c) L=$(1.6x10^6)(2\pi x 22.5x10^6) = 11.3mH$

34.- Calcular el valor de las frecuencias para las cuales un inductor de 250mH tiene un valor de reactancia de 30Ω y $50K\Omega$

De $X_L = \omega L = 2\pi f L, \quad f = X_L / 2\pi L \ \therefore$ $\begin{array}{l} f_1 = 30/(2\pi x 250 x 10^{-3}) = 19.1Hz \\ f_2 = (50x10^3)/(2\pi x 250 x 10^{-3}) = 31.8KHz \end{array}$

35.- ¿Cuál es el valor del voltaje a través de un inductor de 30mH, por el que circule una i=40mA a 60Hz?

Siempre a menos que se especifique lo contrario, cuando se conocen las corrientes y voltajes en a.c., éstos se consideran como valores eficaces.

$$X_L = \frac{Vm}{\mathrm{Im}} = [\frac{Vm}{\sqrt{2}}]/[\frac{\mathrm{Im}}{\sqrt{2}}] = V_{ef} / I_{ef} \Rightarrow V_{ef} = I_{ef} X_L = (40x10^3)(2\pi x60)(30x10^{-3}) = 0.452V$$

36.- El voltaje $v = 30sen(200\pi t + 30°)$ actúa a través de un inductor que tiene una reactancia de 62 Ω. Calcular la corriente a través del inductor por medio de una gráfica y en está misma grafica un ciclo de voltaje y de corriente.

$\mathrm{Im} = \frac{Vm}{R} = 0.484A$ En un inductor i se atrasa 90° de v como la corriente se atrasa 90° * respecto del voltaje:

$i = 0.484sen(200\pi t + 30° - 90°) \Rightarrow i = 0.484sen(200\pi - 60°)[A]$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{200\pi} = 10ms$

El desplazamiento a la izquierda tiene un valor igual a T/4=2.5ms

37.- Calcular los voltajes a través de un inductor de 2H para los valores de corriente de a)10A b)10sen(377t+10°)A c)$10\cos(10^4 t - 20°)A$

a) El voltaje en el inductor es cero porque la corriente tiene un valor constante, y la derivada de una constante natural =0:v=2d(10)/dt=0v. De otra forma, el valor de la reactancia es de 0 Ω porque f=0Hz y $\therefore Vm = \mathrm{Im}\, X_L = 0v$
b) El valor del voltaje es igual al valor pico de la corriente multiplicado por la reactancia de 377x2=754 Ω : $Vm = \mathrm{Im}\, X_L = 10x754v = 7.54Kv$ como el voltaje se adelanta 90° a la corriente y sen(x+90°)=cos x:

v=7540sen(377t+100)[v]

v=7.54sen(377y+10°+90°)=7.54cos(377t+10°)Kv

c)De la misma forma $Vm = \mathrm{Im}\, X_L = 0.2Mv \therefore V = .02\cos(10^4 t - 20 + 90)$

$\cos(x + 90) = -senx \quad v = -0.2sen(104t - 20) = v = 0.2\cos(10^4 t + 70)Mv$

38. Calcular el valor de la resistencia de un condensador de 0.1 uF para

a) o Hz (dc)

$$Xc = \lim_{w \to 0} \frac{-1}{wc} = \lim_{w \to 0} \frac{-1}{w(0.1 * 10^{-6})} \Rightarrow -\infty es abierto$$

b) $Xc = \frac{-1}{377(0.1 - 10^{-6})} = -26.5K\Omega$

c) $X_c = \dfrac{-1}{2\pi(30*10^3)(0.1-10^{-6})} = -53.1\Omega$

d) $X_c = \dfrac{-1}{2\pi(100*10^6)(0.1-10^{-6})} = -15.9m\Omega$

39. calcular los valores de capacitancia de los condensadores que tienen una resistencia de -500Ω para
a) 377 rad/s

$$C = \frac{-1}{377(-500)} = 5.31\mu F$$

b) 10 Khz

$$C = \frac{-1}{2\pi(10-10^3)(-500)} = 31.8nF$$

c) 22.5 MHz

$$C = \frac{-1}{2\pi(22.5*10^6)(-500)} = 14.1pF$$

40. calcular el valor de las frecuencias para las cuales un condensador de 2uF tiene valores de reactancia de -0.1 y -2500 Ω

$$X_c = \frac{-1}{wc} \Rightarrow f = \frac{-1}{wc*2\pi C}$$

$$f_1 = \frac{-1}{-0.1*2\pi*2*10^{-6}} = 796KHz$$

$$f_2 = \frac{-1}{-2500*2\pi*2*10^{-6}} = 31.8Hz$$

41 ¿Qué valor de corriente circulara por un condensador de 0.1uF que tiene valores de 200 v y 400 Hz en sus terminales?

El voltaje eficaz Vef= 200v ahora $\dfrac{\text{Im}}{\sqrt{2}} = \dfrac{wCVm}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{ef} = wcV_{ef} = 50.3mA$

42¿Cuál es el voltaje de un condensador para el que circula una corriente de 120mA si su reactancia capacitiva =-230Ω?

$$I_{ef} = wcV_{ef} \Rightarrow V_{ef} = \frac{I_{ef}}{wc} = como\frac{1}{wc} = X_c \Rightarrow V_{ef} = I_{ef}\left|X_c\right| \therefore = 27.6v$$

43. el voltaje es de 30sen (200πt+30º) es el voltaje a través de un condensador que tiene una reactancia de -62 Ω. Calcular el valor de la corriente en el condensador y graficar un ciclo de voltaje y corriente en la misma grafica.

$$De\frac{V_m}{\mathrm{I_m}}=\frac{1}{wc}=|X_c|,\mathrm{I_m}=\frac{V_m}{|X_c|}=0.484A$$

$$T=\frac{2\pi}{w}=\frac{2\pi}{200\pi}=10ms$$

44. ¿Cuál es el valor de a corriente que circula por un condensador de 2uF para los siguientes valores de voltaje?

a) v=5sen(377t+10º)

Im=wcVm=3.77mA

I=3.77cos(377+10º)mA

b) v=12cos(100000t-20º)

Im= wcVm=0.24 A

i=0.24cos (100000t+70º)A

45. en una resistencia de 3KΩ se aplica una corriente que vería de acuerdo con $5e^{-\frac{1}{100t}}$ t>0; hallar el voltaje en R y la potencia instantánea que consume .

la caída de voltaje en R se calcula mediante la relación en donde

$$V=R*I$$

$$I\left\langle \begin{array}{l} 5e^{-\frac{1}{100t}} \\ 0 \end{array}\right.$$

donde la constante de tiempo =1/α
otra forma de expresar las anteriores funciones es mediante el uso de la función llamada "escalón unitario"

46. A un capacito de 5uF se le aplica un voltaje = a un escalón unitario. Hallar I, w y p

$$I=C\frac{dv}{dt}donde\Rightarrow V=\upsilon(t)$$

$$\therefore I=5*10^{-6}\frac{dv}{dt}$$

nota: para calcular la derivada de un escalón unitario es necesario considerar lo siguiente:
se define como "impulso unitario" δ(t) como una función de área unitaria

$$f(t)=\frac{\lim}{\varsigma\to 0}\left[\frac{u(t)-u(t-\varsigma)}{\varsigma}\right]=\frac{du}{dt}$$

Siendo la función que vale t≠0 que en t=0 tiene un valor muy grande

$$I = 50 * 10^{-6}$$

Observemos que la corriente tiene un valor muy alto solo en t=0 y después I=0
Para ello se dice que un capacitor se comporta como un circuito abierto es el estado permanente ante voltajes constantes aplicados

Potencia instantánea

$$p = w = v * i = \upsilon(t) * 5 * 10^{-6}$$

47. Un capacitor de 20pF se le aplica un voltaje de 25sen100t. Hallar la corriente y la potencia instantánea consumida por el capacitor

$$I = C\frac{dv}{dt} \rightarrow donde \rightarrow C = 20\,pF = 20 * 10^{-12}\,F$$

$$V = 25sen100t$$

$$sustituyendo$$

$$I = 20 * 10^{-12} * \frac{d(25sen100t)}{dt} = 50 * 10^{-9}\,sen(100t + 90^{\circ})$$

$$p = v * i = vc\frac{dv}{dt}\left[25^2\,sen^2 100t\right]$$

$$= \frac{1}{2} * 20 * 10^{-12}\,\frac{d}{dt}\left[25^2\,sen\ 100t\right]$$

$$= 625 * 10^{-11} 2sen100t * \cos 100t * 100$$

$$= 125 * 10^{-8}\,sen100t \cos 100t$$

$$= 62.5 * 10^{-8}\,sen200t(w)$$

48. El voltaje inicial de un capacitor de 20nF es de 3 v cuando se aplica una corriente de calor 0.5tA. Calcular el voltaje en el capacitor
a) t

La caída de voltaje en un capacitor esta dada por

$$v = s\int idt = s\left[\left|\int_0^t idt + q_0\right|\right] = s = \frac{1}{c} = 5*10^4 F^{-1}$$

$$V_o = 3v$$

$$i = 0.5t(A)$$

$$sustituyendo$$

$$v = 5*10^4\int_0^t 0.5tdt + 3 = \frac{5}{4}*10^4 t^2 + 3$$

$$b)\, para \rightarrow t = 10ms$$

$$v\frac{5}{4}*10^4(10^{-2})^2 + 3 = 4.25$$

49. a un capacito de 500uF se le aplica una corriente según al forma de onda mostrada. Encuentre la expresión para el voltaje y la forma de onda correspondiente

$$v = s\int Idt = s\int_0^t Idt + sq_0 = s\int_0^t Idt + V_0$$

$$donde$$

$$s = \frac{1}{c} = 2000F^{-1}$$

para aplicar la integral es necesario expresar I como una función del tiempo
para ello es necesario cuantificarla por intervalos

0<t<1ms	I es una recta dada por I=10^4 t	sustituyendo el voltajes 10v
1<t<2ms	I es una recta dada por I=10	sustituyendo el voltajes 30v
2<t<4ms	I es una recta dada por I=-10^4 t+30	sustituyendo el voltajes 30v
4<t<5ms	I es una recta dada por I=-10	sustituyendo el voltajes 10v
5<t<6ms	I es una recta dada por I=10^4 t-60	sustituyendo el voltajes 0v

50. a una bobina de 0.5 herges se le aplica una corriente de valor 25 sen 100 t [mA].
Hallar la caída de voltaje y la potencia instantánea consumida por la bobina.

Solución

Es una bobina V= L $\frac{dI}{dt}$

=0.5 *25*100 cos 100t =1250 cos 100t
=1250 sen (100t + 90º) [m V]
V esta adelantado 90º a la I
P= V*I = 1250sen (100 t + 90º) * 25 sen 100 t * 10^{-6} w

= 31.25*10^{-3} sen100 t sen (100t + 90º)

$=15.625 * 10^{-3}$ [cos (-90º) – cos (200t + 90º)

$=15.625*10^{-3}$ sen200t [w] tiene frecuencia doble a la de V e i

51. el voltaje aplicado a una bobina de 0.25 (h) se muestra en la grafica. Obtenga la corriente.
Solución

$$I = \Gamma \int vdt = \frac{1}{L}\int_0^t vdt + I_0$$

$$i = 4 \int_{02*10^{-3}}^{t} (5 - 10^4 t - 200)dt + 0.4 = 10^5 t^2 - 800t + 1.6A$$

$$cuandot = 4ms$$

$$I = 0A$$

52. a una bobina de 10 [mh] se le aplica un voltaje de 20 U(t)[v] . la corriente inicial en la bobina es cero. Encuentra la corriente en la bobina y la potencia instantánea que consume.

Solución

En la bobina $i = \Gamma \int_0^t vdt + I_0$

En donde
$$\Gamma = \frac{1}{L} = 10^2$$
$$i = 10^2 \int_0^t 20u(t)dt = 2000tu(t)(A)$$

Como la pendiente es muy grande, en pocos segundos I ( ) una bobina se comporta como un corto circuito en el estado permanente para voltajes aplicados constantes.

La potencia instantánea esta dada por

P=vi =20 U (t) *2000t U(t)= $4*10^4$ U^2 (t)

$=4*10^4$ t U(t) [w]

53. A una bobina de 0.7 h se le aplicada onda de corriente mostrada. Halar el voltaje
Solución La corriente puede expresarse así:

$$i(t)= \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{\text{Im}}{T} * t & 0<t<T \\ 0 & t>T \end{cases}$$

como funciones escalón:

Expliquemos la última expresión gráficamente

Elementos generales tipo serie y paralelo

$$I(t) = \frac{\text{Im}}{T} t[U(t) - U(t-T)]$$

Expliquemos la ultima expresión gráficamente

1. Elementos general tipo serie:
Las ecuaciones para los elementos de este tipo de la forma:

$$V_k = R_k I_k + s\int I_k dt + \sum_{\ell=1}^{N} L_{k\ell} \frac{dI_\ell}{dt} - E_k - D_k$$

$$K = 1,2,3,........, N = (numerototaldeelemtos)$$

Nota: S=1/C (elastancia) E= el voltaje de la fuente K

2. Elemento general tipo paralelo
Las ecuaciones para los elementos de esta tipo son de la forma:

$$I_k = G_k V_k + C_k \frac{dV_k}{dt} + \sum_{\ell=1}^{N} \Gamma_{k\ell} \int V_\ell dt + I_{kfc} - I_{kfv}$$

nota G=1/R Γ=1/L (invertancia); Γkι=coeficiente Lkι (inductancia mutua de las determinantes (L)bobinas k y ι)

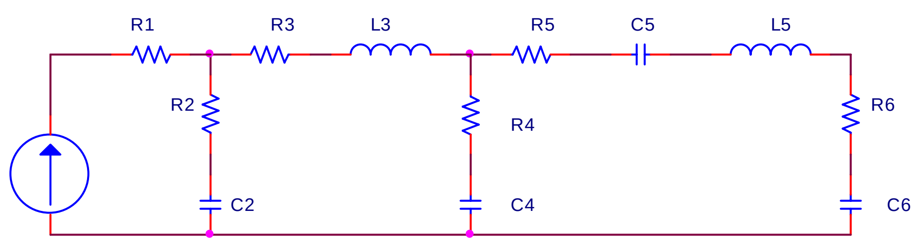
Problemas

54. Escribe las ecuaciones integral diferenciales de lo elementos de la red dada.

Solución : No hay inductancias mutuas:. las ecuaciones de los elementos generales en serie se reducen a la forma:

$$V_k = R_k I_k + s\int I_k dt + \sum_{\ell=1}^{N} L_{k\ell} \frac{dI_\ell}{dt} - E_k - D_k$$

$$K = 1,2,3,........, N = (numerototaldeelemtos)$$



Para la red tenemos:
V1= R1*I1 – E1

V2= R2*I2+S2 $\int I_5 dt + L_5 \frac{dI_5}{dt}$

V3= R3*I3 + L3 $\frac{dI_3}{dt}$

V4= R4* I4 +S4 $\int I_4 dt$

V5=R5*I5+S5 $\int I_5 dt + L_5 \frac{dI_5}{dt}$

V6=R6*I6+S6 $\int I_5 dt$

Hacen falta 6 ecuaciones adicionales para resolver , que se obtienen de las leyes de kirchoff.

55. En un elemento serie constituido por un resistor y una bobina, la corriente esta dada por I = Im se wt. Hallar el voltaje en el elemento y la potencia instantánea que consume.

Solución
El voltaje en el elemento serie esta dado por:

$$V = RI + L\frac{dI}{dt}$$

Sustituyendo I:

$$V = RI(senwt) + L\frac{d(\mathrm{Im}\, senwt)}{dt}$$

$$V = RI(senwt) + wL\,\mathrm{Im}\cos wt$$

este resultado se puede analizar en la forma general

v= Vm sen(wt+θ)

por lo que al igualar 1 y 2

Vm sen(wt+θ) = $RI(senwt) + wL\,\mathrm{Im}\cos wt$

Asi que
V m cosθ=RI m
V m senθ=wLI m

Elevando al cuadrado
$Vm^2 \cos^2\theta = R^2 I m^2$
$V m^2 \ sen^2\theta = w^2 L^2 I m^2$

Y sumando miembro a miembro
$Vm^2=(R^2+w^2L^2)Im^2$

:. Vm = $\sqrt{R^2 + (wL)^2}\, I_m$

Dividiendo

tanθ= $\tan\sigma = \frac{wL}{R} \therefore \sigma = \tan^{-1}(\frac{wL}{R})$

Sustituyendo se tiene

$$v = I_m \sqrt{R^2 + (wL)^2} sen(wt + \tan^{-1} wL / R)$$

El voltaje en el elemento adelante a I es un ángulo $\sigma = \tan^{-1} \frac{wL}{R}$

La potencia P=V*I =Vmsen(wt+θ)*Imsenwt
Se tiene la siguiente identidad

$$senAsenB = 1/2(\cos(A - B) - \cos(A + B))$$

Haciendo

$$A = wt + \sigma$$

$$B = wt$$

$$\therefore P = \frac{V_m I_m}{2} * (\cos\sigma - \cos(2wt + \sigma))$$

56. en el elemento en serie constituido por una resistencia y un capacitor, la corriente aplicada esta dada por Im sen wt Hallar el voltaje en el elemento

solución

el voltaje a través de RC en serie esta dado por
v=R*I+s∫Idt
sustituyendo el valor de I

57. Hallar la corriente y el voltaje en un capacitor y en la resistencia del circuito mostrado cuando el voltaje aplicado es un escalón unitario. El capacitor esta inicialmente descargado
la ecuación esta dada por
v=R*I+s∫Idt
es una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes. Una forma de resolverla es seguir el siguiente procedimiento: la solución esta compuesta por dos partes.
IT=IN+IF
Donde In es la respuesta libre o solución complementaria debido a sus condiciones iniciales mientras que If es la respuesta forzada o solución particular debido a la excitación aplicada
En este caso la condición inicial es 0

Para resolver este tipo de ecuaciones diferenciales se introduce el operador $D = \frac{d}{dt}$ en la ecuación homogénea que se obtiene igualando a 0 la excitación así (RD+S)I=0

De donde $D = \frac{-S}{R} = \frac{-1}{RC}$

La solución de la ecuación homogénea es de la forma en este caso In = $Ke^{\frac{-1}{RC}t}$
Donde K se calcula de las condiciones iniciales en este caso

I=0 y de $Ke^{\frac{-1}{RC}t}$ =0
La respuesta se obtiene de If=∫h(t-δ)*(δ) dδ

Y la corriente del elemento es I= $\frac{1}{R}e^{\frac{-t}{RC}}U(t)$

58obtenga la corriente que fluye por un circuito RLC en serie con condiciones iniciales nulas cuando el voltaje aplicado es un escalón unitario

59la corriente en el circuito RC en paralelo mostrado esta dada por un impulso unitario Hallar el voltaje en el elemento y sus grafica
la ecuación es

$$I = GV + C\frac{dv}{dt} = \delta(t)$$

$$V = \int_0^t h(t-\delta)(\delta)d\delta = h(t)$$

Donde h(t) es la función de ponderación para encontrarla resolvemos la ecuación homogénea
(G+DC)V=0
así que

$$Vn = Ke^{\frac{-1}{RC}t} = 0 \therefore K = 0$$

la solución complementaria es el cero por ser RW la condición inicial
por otro lado

Vn= $Ke^{\frac{-1}{RC}t}$: h(0)=1/C

Así h(t)=1/C $e^{\frac{-1}{RC}t}u(t) = V$

60 la corriente aplicada a un circuito RL paralelo mostrado esta dada por un escalón unitario Hallar el voltaje.
Solución
La ecuación del elemento esta dada por:

$$I = GV + \Gamma\int vdt = U(t)$$

$$G = \frac{dv}{dt} + \Gamma V = \frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$

la solución se obtiene de

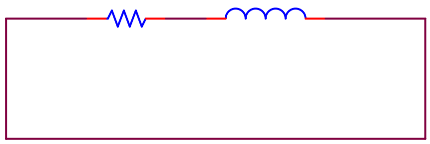
$$V = \int_0^t h(t-\delta)(\delta)d\delta = h(t)$$

en donde h(t) se obtiene de resolver el polinomio característico:
GD+Γ=0
Así

h(t)= $\mathrm{Re}^{\frac{-R}{L}t}\ u(t) = V$

61. hallar el voltaje de la resistencia y en la bobina del circuito por al que fluya una corriente inicial de Io

Hay un elemento, 0 no dos independientes y una allá independiente



La ecuación del elemento es

$V = R * I + L\frac{dI}{dt} = 0$ en la mala

la solución de esta ecuación diferencial es

I=Ii+If

El calculo de Ii

(LD+R)I=0

:.(LD+R)=0 D=-R/L

asi

Ii= $Ke^{\frac{-R}{L}t} = i0ent = 0$

El cálculo en la respuesta forzada es

If= $\int_0^t h(t-\delta)V(\delta)d\delta = 0$

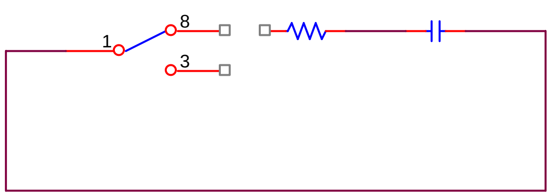
Ya que v δ =0 al no haber voltaje aplicado

I=I0 $e^{\frac{-R}{L}t}$

El voltaje en la bobina es

VL=L $\frac{di}{dt} = L\frac{d(Ioe^{\frac{-R}{L}t})}{dt} = -R(Ioe^{\frac{-R}{L}t})$

62. en el circuito RC mostrado, el capacitor tiene una carga de 120 µF cuando se cierra el switch en t = 0 hallar la corriente transitoria producida.



Hay un elemento 0 nodos independientes y una malla independiente la ecuación del elemento es

$V = R * I + s\int Idt$

La solución será

(RD+1/C)Q=0

$$RD + \frac{1}{C} = 0$$

$$Q = Ke^{\frac{-t}{RC}}$$

$$Q(0) = q0e^{\frac{-t}{RC}}$$

la corriente entonces será

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{q0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$q_0 = 120 * 10^{-6}$$

$$R = 10\Omega$$

$$I = \frac{-120 * 10^{-6}}{10 * 2 * 10^{-6}} e^{\frac{-t}{10*2*10^{-6}}} = -6e^{-5*10^4 t}$$

la corriente va al revés de lo asignado

2. números complejos, senoides y correspondancia entre senoides y complejos.

2.1 números complejos

un numero complejo se define como un par ordenado <x,y>, el cual usualmente se expresa de las siguientes formas

z= x + i y	Forma cartesiana
$z = r(\cos\sigma + isen\sigma)$	Forma rectangular
$z = re^{i\sigma}$	Forma Exponencial
$z = r\angle\sigma$	Forma Polar

en donde

$r = \lvert z \rvert = +\sqrt{x^2 + y^2}$	Modulo de z
$\sigma = \arctan\frac{y}{x}$	Angulo de fase
$i = \sqrt{-1} = j$	Unidad imaginaria

2.1 a) forma polar de números complejos
la forma polar de un C es una expresión corta de la forma exponencial

$Ae^{i\sigma}$ donde $e^{i\sigma} = \cos\sigma + jsen\sigma$ identidad de Euler donde

A= magnitud
Θ= ángulo de c
Asi la forma polar de la expresión anterior es

A $e^{i\sigma} = A\angle\sigma$

Ejemplos

4 $e^{j45} = 4\angle 45$
-8 $e^{j60} = -8\angle 60$

pasar a la forma rectangular
$7e^{j30} = 7\angle 30 = 7\cos 30 + j7sen30 = 6.06 + j3.5$

en general
$x + jy = Ae^{j\sigma} = A\angle\sigma = A\cos\sigma + jAsen\sigma$
x = Acosθ = A $\angle\sigma = A\cos\sigma + jAsen\sigma$
:. x = Acosθ   y = Asenθ $\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{Asen\sigma}{A\cos\sigma} = \tan\sigma$

θ=atan $\frac{y}{x}$

2.1.1 numeros imaginarios (II)

Reglas de operación:
a) suma y resta: $jk_1 + jk_2 = j(k_1 \pm k_2)$
b) Producto: $(jk_1)(jk_2) = -(k_1 * k_2)$
b´) Producto: $k_1(jk_2) = j(k_1 * k_2)$
c) División: $\frac{jk_1}{jk_2} = \frac{k_1}{k_2}$
c´) División I/R : $\frac{jk_1}{k_2} = j\frac{k_1}{k_2}$

c´´) División R/I : $-\frac{jk_1}{k_2} = \frac{k_1}{jk_2}$
2.2.2 Operaciones con complejos
sean dos números complejos
$z_1 = x_1 + iy_1 = r_1(\cos\sigma + isen\sigma_1) = r_1e^{i\sigma_1} = r_1\angle\sigma_1$
$z_2 = x_2 + iy_2 = r_2(\cos\sigma_1 + sen\sigma_2) = r_2e^{i\sigma_2} = r_2\angle\sigma_2$

Entonces se tiene

a) suma y resta c1 + c2 : z1+z2= (x1+x2)+i(y1+y2)
b) Producto $z_1z_2 = r_1r_2e^{i(\sigma_1\sigma_2)} = r_1r_2\angle\sigma_1\sigma_2$

c) División $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_1} e^{i(\sigma 1 - \sigma 2)} = \frac{r_1}{r_1} \angle \sigma_1 - \sigma_2$

d) Potencia $z^n = r^n e^{\ln \sigma} = r^n \angle \ln \sigma$

e) Raíz $z^{1/n} = r^{1/n} e \frac{i\sigma + 2k\pi}{n} = r^{1/n} \angle \frac{i\sigma + 2k\pi}{n}$

f) Conjugado si z=x+iy = r(cosθ + isenθ) =r $e^{i\sigma} = r\angle$ θ

Su conjugado se define como :

$$\bar{z} = x - ij = r(\cos\sigma - isen\sigma) = re^{-i\sigma} = r\angle -\sigma$$

tal que $z * \overline{z = |z|}^2$

2.2 Correspondencia entre senoides y complejos

2.2.1 Senoides

Son funciones de la forma
F(t)= Asen (wt+α)

2.2.2 Correspondencia

Para que exista una correspondencia biunívoca, se requieren senoides de una misma frecuencia angular y dos números complejos.

Asen (wt+α)=k*A $\angle\alpha$

$$\frac{d}{dt}\left[\text{Asen (wt + a)}\right] = iwk * A\angle\alpha$$

∫A sen(wt+α) dt = $\frac{1}{iw} * kA\angle\alpha$ donde k= $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2.3 Fasores

Un fasor es un c asociado a una onda seniodal desplazada a fase ς , el factor esta en forma polar, su magnitud es el valor eficaz de voltaje o corriente y su ángulo es el ángulo de fase de la onda ssenoidal desplazada en fase.

V=3 $\angle 45^\circ$ es el fasor de $\upsilon = 3\sqrt{2}sen(377t + 45^\circ)$

I= $0.439\angle -27^\circ$ es fasor de $i = 0.621sen(754t - 27^\circ)$

63. Pasar de forma rectangular a forma polar los siguientes C

a) Z=8+6i

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$\sigma = \tan^{-1} \frac{y}{x} = 37^o$$

$$\therefore z = 10\angle 37^o$$

b) Z=-3+i5.2

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 5.2^2} = 6$$

$$\sigma = \tan^{-1} \frac{y}{x} = 120^o$$

$$\therefore z = 6\angle 120^o$$

c) Z=i

z $= 1\angle 90^o$

d) 3+j4=z

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\sigma = \tan^{-1} \frac{y}{x} = 53.1^o$$

$$\therefore z = 5\angle 53.1^o$$

e) z=-6+j10

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{100 + 36} = 11.7$$

$$\sigma = \tan^{-1} \frac{y}{x} = 121^o$$

$$\therefore z = 11.7\angle 121^o$$

64. Pasar de forma polar a forma rectangular

a) $z = 30\angle 60^o$

=30(cos60º+isen60º)

:. =15+i26

b) $z = 53\angle 160^o$

=53(cos160º+isen160º)

:. =-50+i18

c) $z = 10\angle -45^o$

=10(cos45º-isen45º)

:. =7.07-i7.07

65. Efectuar las operaciones indicadas

a) (2+3i)+(4-2i)+(-2+i) = 4+2i

b) (3+8i)+5+(9-3i)+2i = 17+7i

c) 42 $\angle 200^o$+$(24.25 + i14) - 20\angle -40^o = 33\angle 157.8^o$

d) (3-2i)(1-4i)=14.9 $\angle 70.4$

e) (4 $\angle 30^o$) (5 $\angle 15^o$)=20 $\angle 45^o$

f)(2-2i)(3 $\angle -50$)(4 $e^{i\pi/6}$)=33.94 $\angle -65^o$

g) $\dfrac{2-3i}{1-i}$ =-1/2+i5/2

h) $\dfrac{8\angle 30^{o}}{2\angle 45^{o}}$ =4 $\angle -15^{o}$

i) $\dfrac{i}{3\angle 10^{o}} = 1/3\angle 80^{o}$

j) $\dfrac{8+6i}{-5} = 2\angle 143^{o}$

k) $\dfrac{4+2i}{1-2i} + \dfrac{3+4i}{2+3i} = 2.36\angle 54.3^{o}$

l) $\dfrac{(2+3i)(3-2i)-\sqrt{2}\angle 45^{o}}{2e^{i\pi/4}} = 3.5\angle -45^{o}$

m) $\dfrac{(4\angle 30^{o})(2\angle -90^{o})}{(e^{-i\pi/3})(3i)} = 8/3\angle -90^{o}$

66. Exprese en la forma general Asen(wt+α)
a) -10sen(100t+45º)= 10sen(100t-135º)
b) 15 cos(314t-10º)= 15 sen (314t+80º)
c) 2sen(-500t+30º)=-2sen(500t-30º)=2sen(500t+150º)

67. Encuentre el periodo, los ceros, máximos y mínimos de la función

$$T = \frac{2\pi}{w} = 20ms$$

$$\therefore t = \frac{n\pi - 15}{314} = \frac{n\pi - \pi/12}{100\pi} = \frac{12n-1}{1200}$$

En tales tiempos la función vale -5

68. Establezca para el grupo de senoides, un numero ( ) correspondiente, usando ( )

a) $20sen(100t + 60^{o}) = 14.18\angle 60^{o}$

b) $10\cos(100t - 50^{o}) = 7.09\angle 40^{o}$

c) $sen(100t - 15^{o}) = .7\angle -15^{o}$

d) $4\cos(100t) = 2.83\angle 90^{o}$

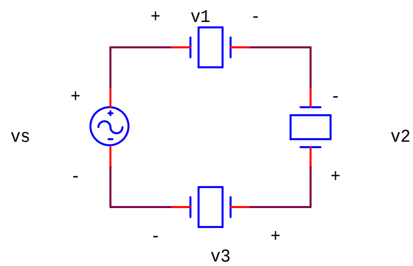
69. Obtener f(t) empleando la correspondencia entre senoides y complejos.

Emplee: K=1 para

f(t) = $4sen(2t+30^o) + \frac{d[10sen(2t-45^o)]}{dt} - \int 8sen(2t+60^o)dt$

Transportando a números complejos

70. Para el circuito de la figura hallar Vs si ( ) Vi = 10.2 sen (745 + 30) [V],
V2= 14.9 sen (745t – 10) ( )



$$Vs = V1 - V2 + V3$$

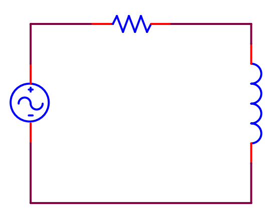
$$10.2sen(754t + 30^o) - 14.9sen(754t - 10)$$

$$en...fasores...(X1 - X2 + X3) + j(Y1 - Y2 + Y3)$$

$$Vs = 22.3sen(754t + 87.5)V$$

Como las condiciones del problema están en términos de sinusoides y el resultado final es una senoide, hubiera sido relativa mas fácil trabajar con valores pico en vez valores ms.

71.En el circuito de la figura, los voltímetros M1, M2 tiene lecturas de 40 y 30 v respectivamente, hallar el valor medio por M3.



Solución:

La LVK se aplica a voltajes fasoriales, pero no a VRMS en los voltímetros. Esto se debe a que un voltajes no tiene ángulo de fase.

Pasa usar fasores en la LVK los ángulos deber estar asociados con los voltajes RMS obtenidos, podemos seleccionar arbitrariamente un ángulo, ya que solo se desea la magnitud de la suma.

P.ejemplo, si seleccionar ( ) para el favores en R su expresión seria 40( ) ello, el favor en la bobina seria ( ) . el favor de voltaje en la bobina tiene un ( ) por que el voltaje adelanta a la corriente por ( ), pero el voltaje en resta en fase con la corriente.

Así el fasor de voltaje para la fuente es 40+30 ( ) ( ) ( )
La cual tiene un valor

De esta forma, la lectura en el voltímetro M3 es de 50 v y no 70 como podría haberse su puesto.

72. Determinar los productos y expresa en forma rectangular

a) (4+j2)(3+j) =4+j22

b) (6+j2) (3-j5)(2-j3)= -16-j132

73. Calcular el valor de

$$\begin{vmatrix} 4+j3 & -j2 \\ -j2 & 5-j6 \end{vmatrix} = (4+j3)(5-j6)-(-j2)(-j2)=42-j9$$

74. Calcular el valor de

$$\begin{vmatrix} 4+j6 & -j4 & -2 \\ -j4+ & 6+j10 & -3 \\ -2 & -3 & 2+j \end{vmatrix} = -176-j10$$

75. Calcular los cocientes en forma rectangular

a) $\dfrac{1}{.2+j0.5}=0.69-j1.72$

b) $\dfrac{14+j5}{4-j}=3+j2$

76. Simplificar a expresiones ( )

a) $\dfrac{6+j4}{2-j5}+\dfrac{5-j4}{3-j6}=\dfrac{32-j57}{-24-j27}$

b) $\dfrac{7-j4}{-5+j2}+\dfrac{4-j3}{-6-j4}=\dfrac{-72-j19}{38+j8}$

77. Convertir a forma polar:

a) -21.4+j33.3
b) -0.521-j1.42
c) 4.23+j4.23

Solución :

a) – 21.4+j33.3

Nota: algunas calculadoras dan como resultado – 57.3 . Este error de 180 grados ocurrirá siempre que la parte real del complejo sea negativa.

b) – 0.521 – j1.42 y no polar rabón anterior.

c) 4.23+j4.23

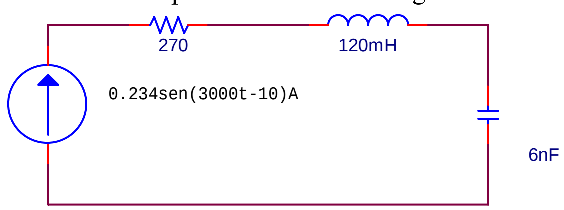
78. Hacer las operaciones y expresar en forma polar

a) $3+j4+9.1\angle 63^\circ-7.2\angle -40^\circ$

Convirtiendo todo a rectangulares
$3+j4+4.131+j8.108-5.516+j4.628=16.8\angle 84.5^\circ$

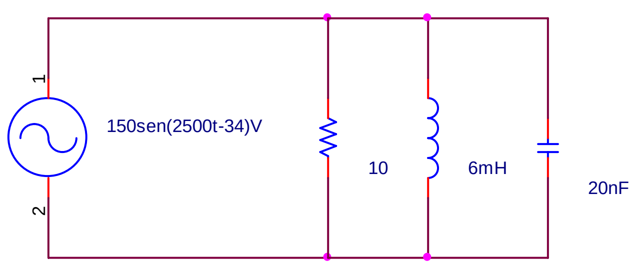
b) $20.1\angle 135^\circ-46.7\angle -142^\circ+35.2\angle 64.1=83.7\angle 63^\circ$

79. Calcular Vs para el circuito de la figura



Solución
$V_r=[0.234\ sen(3000t-10)](270)$
$V_r=63.2\ sen(3000t-10)$
$:.V_l=360[0.234\ sen(3000t-10+90)] = 84.2\ sen(3000t+80)$
$V_c = \theta i-90^\circ; V_{cm} = I_m/W_c=55.6I_m$
$:.V_c\ 55.6[0.234\ sen(3000t-10-90)] = 13sen(3000t-100)v$
En fasores:
$V_s =V_r+V_l+V_c=63.2\angle -10+84.2\angle 80+13\angle -100$
$V_s = 95.2\angle 38.4 = 95.2\ sen(3000t+38.4)v$

80. Calcular Is para el circuito de la figura



Solución:
$I_s=I_r+I_l+I_c$
Ahora bien: $I_r=\frac{150\ sen(2500t-34)}{10}=15sen(2500t-34^\circ)[A]$
La corriente Il se atrasa 90º al voltaje, y su valor pico es $V_m/W_l=1/15V_m$

$I_l=\frac{150sen(2500t-34-90)}{15}=10sen(2500t-124^\circ)[A]$

La corriente Ic se adelanta 90º y su valor pico es $W_c=0.05V_m$

$I_c=(0.05)(150)sen(2500t-34+90)=7.5sen(2500t+56^\circ)[A]$

Los favores basados en valores pico, pueden usarse para hallar la suma:

$I_s=I_r+I_l+I_c=15\angle -34+10\angle -124+7.5\angle 56=15.2\angle -43.5[A]$
$I_s=15.2sen(2500t-43.5)[A]$

81. Si los favores correspondientes a dos corrientes son $10\angle 10^\circ$ y $7\angle 5$

¿ Cuales el valor del ángulo y el valor rms de la corriente correspondientes a la suma de estas corrientes?

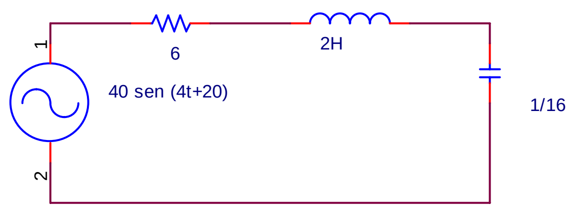
10∟10º+7∟30º=10+6.06+S3.05=16.06+S3.5=16.4∟12.3º

Para el caso especial d dos ramas en paralelo con valores de impedancia Z1y Z2 . La formula anterior se reduce a.

$$I_1 = \frac{z_2}{z_1 + z_2} Is$$

Problemas

82.



83. Calcular en forma polar, la impedancia total de un inductor de 0.57 hz en serie con una R=Ω para a) o Hz b) 10 Hz y c) 10 KHz
Solución

La impedancia total z=R+jwL = R+2π fL
a) ¥ f = 0 Hz z=20+j2 π(0)(0.5)=20 $\angle 0° \Omega$
b) ¥ f = 10 Hz z=20+ j2 π(10)(0.5)=20+j31.4=37.2 $\angle 57.5° \Omega$
c) ¥ f = 10 KHz z=20+ j2 π(10000)(0.5)=20+j3.14* 10^4 =31.4 $\angle 89.96° K\Omega$

84. Circuito en serie R=200Ω, L=150 mH, C=2µF. Calcular en forma polar, Z para f=400HZ
solución

$$Z=R+j2\ \pi fL+\frac{1}{j2\pi fc} = 200 + j2\pi(400)(150*10^{-3}) + \frac{-j}{2\pi(400)(2*10^{-6})} = 268\angle 41.7\Omega$$

85. Un circuito en serie R=2000Ω, L=1 H, C=0.01µF Calcular n forma polar la impedancia para a) (5Krad/s) b) (10Krad/s) c) (0Krad/s)
solucion:

$$z_t = R + jwL - \frac{j}{wC}$$

a) z=15.1 $\angle -82.4 K\Omega$
b) z= 2 $\angle 0 K\Omega$
c) z=15.1 $\angle -82.4 K\Omega$

86. Una bobina energizada con 120 v a 60 Hz forma una I=2A que esta atrasada 40° respecto del voltaje aplicado. ¿Cuáles son los valores de resistencia e inductancia de la bobina?

$$z = \frac{V_{rms}}{I}\angle 40° = \frac{120}{2}\angle 40° = 60\angle 40° = 46 + j38.6\Omega$$

$$\therefore R = 46\Omega$$

$X_2 = 38.6\Omega$

$comow = 377 rad/s$

$$\alpha = \frac{Xc}{w} = 0.102H$$

86. un circuito tiene u voltaje v=120 $\angle 30°$ y una I =30 $\angle 50°$ a 400 Hz calcular los elementos en serie que podrían representar a dicho circuitos las referencias están asociadas.

$$z = \frac{V}{I} = \frac{120\angle 30}{30\angle 50} = 4\angle -20° = 3.76 - j1.37\Omega$$

como la parte imaginaria es negativa el circuito es capacitivo.

R=3.76Ω
C=292uF

87. Una R=20Ω esta en serie con C=0.1uF ¿ A que de frecuencia en radianes se encuentran 40 ° fuera de fase aquel circuito de
Solución
$\vartheta = -40°$ por ser un circuito capacitivo.

Xc=20tan(-40)=16.8Ω

De Xc $\frac{-1}{wc} \Rightarrow w = 0.596 Mrad/s$

88. Una inductancia de 200 m h y un resistor serie toman una I=0.6A cuando se aplica un   v= 120 v a 100 hz . Calcular z en forma polar.

Solucion

$$Z = \frac{V}{I} = 200\Omega$$

$$\sigma = sen^{-1}\frac{X_l}{z} = sen^{-1}(0.2\pi) = 38.9° \Rightarrow 200\angle 38.9°$$

89. ¿Cual es el valor de un condensador en serie con una R=750Ω por medio de los cuales se limita I0.2 A cuando se aplican 240 v a 400 Hz
Solución
Con un condensador en el circuito por el signo menos

$Z = \frac{V}{I} = 1200\Omega$ como z=

$$\sqrt{R^2 + X_c{}^2} \Rightarrow X = -\sqrt{Z^2 - R^2} = -937\Omega = -\frac{1}{wc} \Rightarrow C = 0.425\mu F$$

90. Un condensador esta en serie con una l = 1.5 Hz y una R=5Ω   , calcular C para que la combinación sea puramente esta resista 60 Hz
para que sea resistivo, Xl + Xc =0

donde Xl=2Ω

91. Tres elementos en serie toman una i=10sen(400t+70º)A en respuesta a un V=50sen(400t+15º)V , si un elementos es L=16mH,
¿Cuales son los otros dos elementos?
Solución

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = 5\Omega$$

$$\theta_z = \theta_v - \theta_i = -55^\circ \therefore Z = 5\angle -55^\circ \Omega$$

$$Z = 2.87 - J4.1\Omega \Rightarrow \exists R = 2.87\Omega$$

y como la parte imaginaria es ∟θ, se trata de un capacitor

La suma de reactancias Xl+Xc=Xz

$$(400)(16\times10^{-3}) - \frac{1}{400C} = -4.1 \Rightarrow C = 238\mu F$$

92. Calcular la impedancia de entrada de 5 krad/s del circuito de la figura
Solución
Usamos jwL, $\frac{-j}{wc}$ y favores para construir

el circuito en el dominio de frecuencia, junto con una fuente 1∟0º[A], la presencia de la fuente dependiente, entre necesaria la aplicación de una fuente para determinar z ent, y la fuente mas conveniente es una de corriente con un valor de 1∟0 , por que con ella se tiene.

$$Zent = \frac{Vent}{1\angle 0} = Vent$$

Obsérvese que el voltaje de control para la fuente es el voltaje a través de R y C

V= (1∟0º)(100-100)=-100+j

El signo – es necesario por que las referencias de Ve J no están asociadas por la. LVK

Vent=328∟128ºV →Zent=328∟128ºΩ

93. Una fuente de 240 v se conecta serie con dos componentes, uno de los cuales tiene una impedancia de 80∟60ºΩ ¿ Cual es la impedancia del otro componente si I que circula es de 2 A , y si esta adelantada a una f (v) por 40 °?
Solución
Zt=Zl+Zx → Zx=Zt-Zl

Zt=V/I=240/2=120Ω θ=-40º porque la I se adelanta al voltaje :. Este se atraso 40º
→Zx=120∟-40º-80∟60=91.1-j77.1-(40+j69.3)
=51.9-j146.3→Zx=155∟-70.5ºΩ

.94. Calcular la impedancia total de componentes que tienen impedancias de ( )

Solución

$$Z_t = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(300\angle 30)(400\angle -50)}{300\angle 30 + 400\angle -50} = 222\angle -3.2\Omega$$

95. Calcular la impedancia total a 1 Krad/s de un inductor de IH y un condensador de IuF conectados en serie primero, y largo en paralelo.

Solución

Zl=jwLj1000Ω Zc= $\frac{-j}{wc}$ =-j1000Ω

:. En serie: Zt=0Ω cortocircuito En paralelo Zt=∞ circuito abierto

96. ¿ Que valores de condensador y resistor conectados serie, tendrían la misma impedancia total 400 r/s, que un capacitor de 10 nF y una R de 500( ) conectados en paralelo?
Solucion

a 400rad/s $Z_{c2} = \frac{-j}{wc} = -j250\Omega$

En el paralelo Zt=224∟-63.4=100-j200Ω

.: En serie debe haber R=100Ω(parte real)

Ahora como Xc=-200, se tiene $\frac{-1}{wC} = \frac{-1}{400C} = -200 \Rightarrow C = 12.5\mu F$

97. Calcular los dos elementos de un circuito, que cuando se conectan en serie tienen la misma impedancia a 4 Krad/s que la combinación es paralelo formada por un condensador de 50 μF y una bobina de 2mh con una resistencia de embobinado de 10Ω

Solución

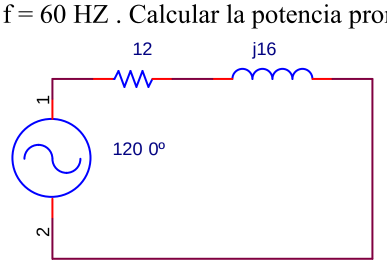
$$Z_l = 10 + j4000(2\times 10^{-3}) = 10 + j8 = 12.8\angle 38.7^o\Omega$$

$$Z_c = \frac{-j}{4000(50\times 10^{-6})} = -j5 = 5\angle -90^o\Omega$$

En paralelo $Z_{11} = 6.13\angle -68^o = 2.29 - j5.69$

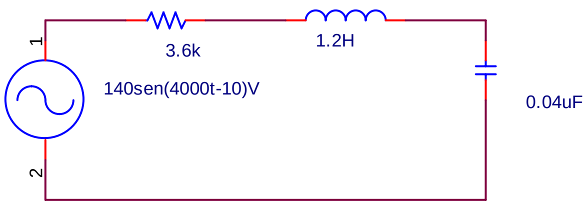
∴ en serie debe haber R=100Ω(parte real)
Ahora como Xc=-200 se tiene

98. Del circuito e la figura, calcular favores desconocidos que se indican y las correspondientes sinusoides; f = 60 HZ . Calcular la potencia promedio entregada por la fuente.



Solución

99. calcular la corriente y los valores desconocidos en el circuito



100. un voltaje de $100\angle 30^{\circ}$V se aplica a una RL en serie. Si la caída de voltaje rms en R es de 40 v, ¿Cuál es el fasor de voltaje en el inductor?

Solución

101. En un circuito en el dominio de frecuencia se aplican $220\angle 30^{\circ}$[V] a través de dos componentes en serie uno de los cuales es R=20Ω y el otro $Zl=40\angle 20^{\circ}$ Ω use la corriente para hallar Vr y Vl

$$I=\frac{V}{Zr}=\frac{220\angle 30^{\circ}}{20+40\angle 20^{\circ}}=3.72\angle 16.6$$

endonde

$$Vr=(3.72\angle 16.6^{\circ})(20)=74\angle 16.6^{\circ}$$

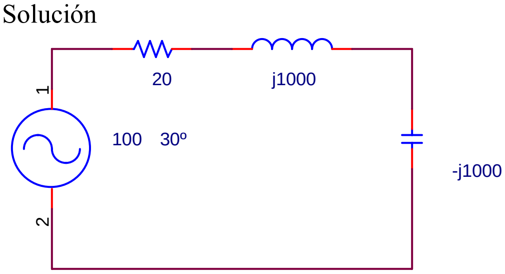
$$Vz=(3.72\angle 16.6)(40\angle 20)=149\angle 36.6$$

102. Repetir el problema anterior mediante un divisor de voltaje
Solución

$$Vr=\frac{20}{59.2\angle 13.4}*\frac{(220\angle 30^{\circ})}{}=74\angle 16.6$$

$$Vz=Vr=\frac{220\angle 30^{\circ}}{59.2\angle 13.4}*(40\angle 20)=149\angle 36.6$$

103. Usar un divisor de voltaje para determinar Vr, Vl y Vc del circuito de la figura
Solución



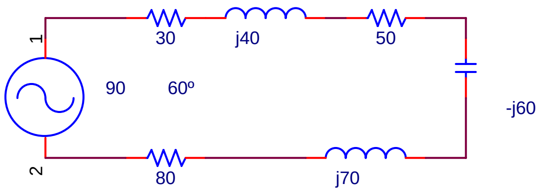
$$Vr=\frac{20}{20}*\frac{(100\angle 30^{\circ})}{}=100\angle 30$$

$$V_L=\frac{j1000}{20}*\frac{(100\angle 30^{\circ})}{}=5000\angle 120$$

$$V_C = \frac{-j1000}{20} * \frac{(100\angle 30^{o})}{} = 5000\angle -60$$

Observe que los voltajes rms en el inductor y el capacitor son 50 veces mayores que el voltaje rms de la fuente. Este aumento de voltaje es imposible en un circuito resistivo en dc, pero es común en un circuito resonante en ac

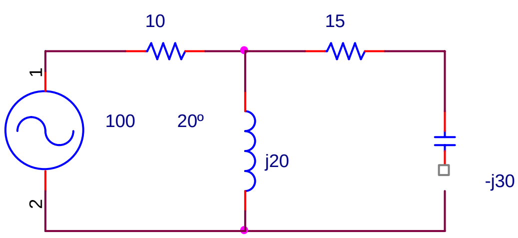
104. Encuentre Ven el circuito usando divisores de voltaje
Solución



los componentes que tienen V a través de ellos tienen
Z=50-j60+j70=51∟11.3º
Zt= 30+j40+50+j10+80=168∟17.4º

De donde V=-Z/Zr=-51∟11.3/168∟17.4*184∟44.2=-55.8∟38.1º
El signo – es necesario porque la polaridad de frecuencia de V no se opone a alas polaridades de referencia de las fuentes

105. Hallar la corriente en el circuito de la figura
Solución



en la rama 1: Z1=15-j30=33.5∟-63.4º

en el paralelo con Z2= $\frac{(j20)(33.5\angle -63.4)}{j20+15-j30} = \frac{671\angle 26.6}{18\angle -33.7} = 37.2\angle 60.3$

$$z_r = 10 + 18.5 + j32.3$$

$$I = \frac{v}{Zr} = 2.32\angle -28.6$$

106. Calcular V1 en el circuito del problema anterior
Solución

$$Z_2 = 37.2\angle 60.3 = 18.5 + j32.3$$

$$Vz = \frac{37.2\angle 60.3}{10 + 18.5 + j32.3} * 100\angle 20 = 86.4\angle 32$$

$$V_1 = \frac{-j30}{15 - j30} * 86.4\angle 32 = 77.3\angle 5$$

107. La impedancia de un circuito tiene 2Ω de resistencia y 4 Ω de reactancia ¿Cuáles son los valores de la conductancia y susceptancia de la admitancia?

Solución

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{2 + j4} = 0.224\angle -63.4^{o}$$

108. Calcular las admitancias totales en forma polar, de un condensador de 0.2 μ F y un resistor en paralelo de 5.1 Ωa las frecuencias

Solución

a) o Hz
b) 100 KHz
c) 40 MHz

$$a) y = 0.196\angle 0^{o}$$

$$b) y = 0.196 + j0.126 = 0.233\angle 32.7^{o}$$

$$c) y = 0.196 + j50.3 = 50.3\angle 89.8^{o}$$

109. Sea un circuito con R=200Ω, C=1 μ F, L=75mH en paralelo. Calcular Yt en forma polar, a 400Hz Dibujar el diagrama fasorial y el triangulo de admitancias.

Solución
La admitancia total es

$$y \frac{1}{R} + j2\pi fC - \frac{j}{2\pi fC} = 5.73\angle -29.2$$